



سلسلة جنى في الرياضيات الجبر

إعداد المهندسة / جنى أحمد

الصف / الثالث الاعدادى

جروب يلا تذاكر رياضيات سوا



الدرس الأول حامل الضرب الديكارتي

قبل بداية الدرس نفكر مع بعض

$\{م، ب\} \rightarrow$ مجموعة مكونة من عنصرين هما م، ب ويمكن كتابتها $\{ب، م\}$
 $\{م، م\} \rightarrow$ زوج مرتب إذا كان $م \neq ب$ فإنه $(م، ب) \neq (ب، م)$ فمثلا $(٣، ٢) \neq (٢، ٣)$
 ← المقطع الأول
 ← المقطع الثاني

تساوي زوجيه مرتبيه
 إذا كان $(م، ب) = (ب، م)$ فإنه $م = ب$ المقطع الأول = المقطع الأول
 $ب = م$ المقطع الثاني = المقطع الثاني

مثال زوج قيم م، ب في كل مما يأتي

$$\text{I} \quad (٢، ٥) = (٥، ٢)$$

الحل

$$٢ = ٥ \leftarrow ب = ٥ \leftarrow م = ٢$$

$$\therefore ب = ٢$$

$$٢ = ب + م \leftarrow \text{بالقوفيل عند ب} \quad ٢ = ٢ + م$$

$$٢ = ٢ + م \leftarrow ٢ - ٢ = م = ٠$$

$$\text{II} \quad (٢، ٥) = (٥، ٢)$$

الحل

$$٢ = ٥ \leftarrow ب = ٥ \leftarrow م = ٢$$

$$٢ = ب + م \leftarrow ٢ = ٥ + م \leftarrow م = -٣$$

زوجين ب فيه ب

$$٢ = ٥ + م \leftarrow ٢ - ٥ = م = -٣$$

$$\therefore م = -٣$$

$$\text{II} \quad (٩، ٥) = (٥، ٩)$$

الحل

$$٩ = ٥ \leftarrow م = ٥ \leftarrow ب = ٩$$

$$٩ = ٥ + م \leftarrow ٩ - ٥ = م = ٤$$

$$\text{III} \quad (٥، ٩) = (٩، ٥)$$

$$٥ = ٩ \leftarrow م = ٩ \leftarrow ب = ٥$$

$$\text{IV} \quad (٢، ٥) = (٥، ٢)$$

الحل

$$٢ = ٥ \leftarrow م = ٥ \leftarrow ب = ٢$$

$$٢ = ٥ + م \leftarrow ٢ - ٥ = م = -٣$$

$$\text{V} \quad (١، ٢) = (٢، ١)$$

الحل

$$١ = ٢ \leftarrow م = ٢ \leftarrow ب = ١$$

$$١ = ٢ + م \leftarrow ١ - ٢ = م = -١$$

$$\therefore م = -١$$

مهندسة / منة أحمد

حامل الضرب الديكارتي لمجموعة مكررة

كلنا عارفين حاصل ضرب $2 \times 2 = 4$
 طيب لو عندي $\{2\} \times \{2\}$ هل ده 4 لا طبعاً ده 4 ده حاصل ضرب
 ديكارتي يعني حاصل ضرب مجموعة \times مجموعة : حامل الضرب
 عبارة عن مجموعة بيل الزوج المرتب $(2, 2)$

$$\{2\} \times \{2\} = \{(2, 2)\} \leftarrow 2 \times 2$$

الضرب الديكارتي هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مظهرها الأول
 عنصر ينتمي إلى S ومظهرها الثاني عنصر ينتمي إلى S
 بالديكارتي نسبة إلى فيلسوف وعالم الرياضيات الفرنسي (رينيه ديكارت)

مثال إذا كانت $S = \{1, 2\}$ ، $T = \{3, 4, 5\}$ أوجد 2×3

الحل

لعمل أيته ما هنالك عنصر من المجموعة الأول مع عناصر S وأغل أزواج
 مرتبة ١ مع ٣ ، ١ مع ٤ ، ١ مع ٥ ، ٢ مع ٣ ، ٢ مع ٤ ، ٢ مع ٥
 $2 \times 3 = \{1, 2\} \times \{3, 4, 5\}$

$$= \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

سؤال حل $2 \times 3 = 3 \times 2$ تعالونشوف

$$2 \times 3 = \{1, 2\} \times \{3, 4, 5\} \text{ نأخذ ٢ مع كل العناصر } 3 \text{ بعديه } 4 \text{ بعديه } 5$$

$$= \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

حيث $3 \neq 2$

$$2 \times 3 \neq 3 \times 2$$

طيب لو عندي 2×2

$$2 \times 2 = \{1, 2\} \times \{1, 2\} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$$

دل انا أقول 2×2 فكتبة أقول 2×2 وبقا 2×2 (أشبه)

مهندسة: جنى أحمد

ملاحظات

$$S \times \emptyset = \emptyset \times S = \emptyset$$

$$S \times T = T \times S \text{ إذا كان } S = T$$

$$\text{مثال } (2, 3) \in 2 \times 3 \text{ ، } 3 \in 3 \text{ ، } 2 \in 2$$

نوع وعدد عناصر أي مجموعة بالرمز n

$$2 \times 3 = (2 \times 3) = 6 \text{ ، } 3 = (3) = 3 \text{ ، } 2 = (2) = 2 \text{ فبان } 6 = (2 \times 3) = 2 \times 3$$

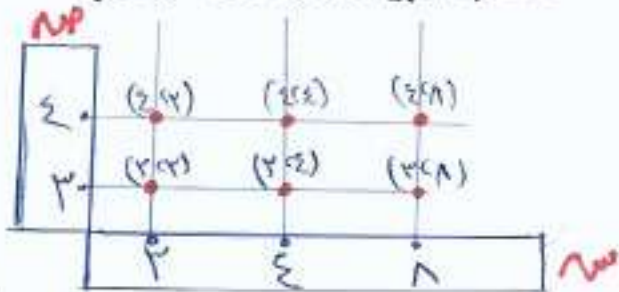
تمثيل حاصل الضرب الديكارتي

إذا كان $S = \{1, 2, 3, 4\}$ و $T = \{1, 2\}$ أو $S = \{1, 2, 3, 4\}$ و $T = \{1, 2, 3\}$ ومثلوه $\textcircled{1}$ بالخط السمت $\textcircled{2}$ بالخط البياني

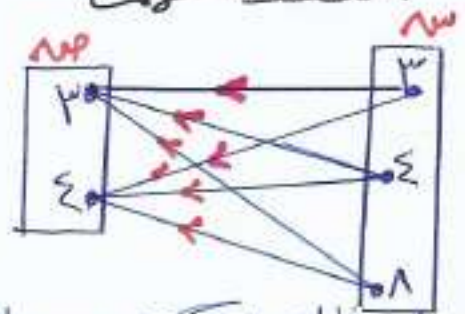
الحل

$\{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2\} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$ $\{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3\} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

الخط البياني أو الديكارتي



أفصل المقطع الأول (عناصر المجموعة الأولى)
 والمقطع الثاني (عناصر المجموعة الثانية)
 نقط التقاطع تمثل الأزواج المرتبة $S \times T$



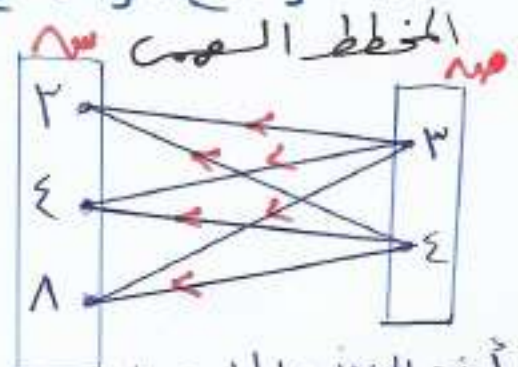
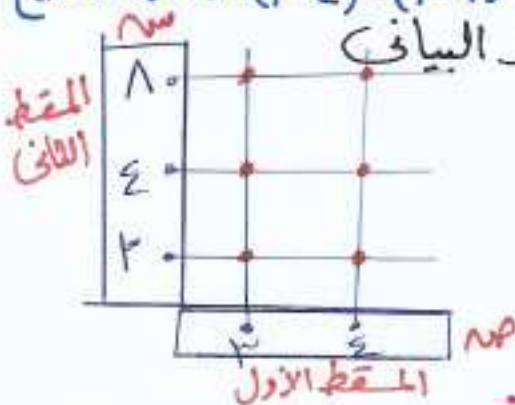
سجل حاصل ضرب $S \times T$
 راجع للمقطع الثاني

$1 = (1, 1)$ $2 = (1, 2)$
 $3 = (2, 1)$ $4 = (2, 2)$
 $5 = (3, 1)$ $6 = (3, 2)$ $7 = (4, 1)$ $8 = (4, 2)$

$S \times T$

$\{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3\} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

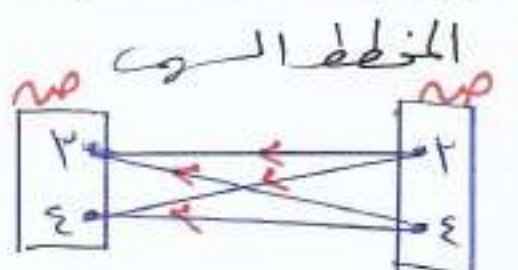
الخط البياني



أخذت 1, 2, 3 أو كلها لجميع عناصر $S \times T$
 وأيضا $S \times T$

$\{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3\} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

الخط البياني



مهندسة: جنى أحمد
 $S \times T = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$
 (3 راحة لنفسك)

مثال إذا كان $S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$ أوجد

الحل

هنا نقط العكس وعناصر المجموعة نقل S من S إلى S
 من المقطع الأول $S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$
 $\therefore S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$
 $\therefore S = \{ 1 \}$
 من المقطع الثاني $S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$

$S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$
 $S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$
 $S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$
 $S \times S = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1) \}$

مثال

إذا كانت $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ أوجد $S \times S$
 $S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$

الحل

قبل إتمام رسم كل شيء نشوف الأول من مشترك بين المجموعات أم لا
 $S \cap S = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$
 $S \cap S = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$
 $S \cap S = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$



الآن نوجد $S \times S$ ونجد $S \times S$
 $S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$

$S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$
 $S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$

$S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$
 $S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$

$S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$
 $S \times S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \}$

حامل الضرب الديكارتي لمجموعة غير متناهية

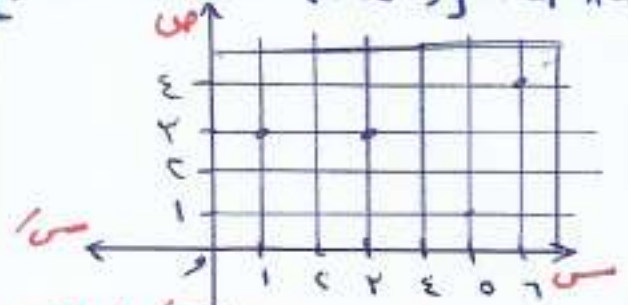
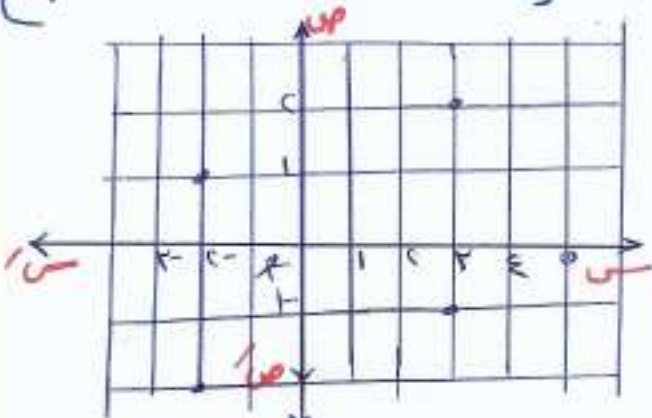
إذا كانت N مجموعة متناهية عدد عناصرها n فانه $N \times N$ مجموعة متناهية أيضا عدد عناصرها هو $n \times n = n^2$

إما إذا كانت N مجموعة غير متناهية فانه $N \times N$ تكون غير متناهية أيضا ويمثل بمخطط بياني يتكون من عدد غير منته من النقاط

حامل الضرب الديكارتي $N \times N$ حيث $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

حيث N مجموعة الأعداد الطبيعية $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 $N \times N = \{(n, m) : n \in N, m \in N\}$

حيث $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 $N \times N = \{(n, m) : n \in N, m \in N\}$



وهذه فقط من الشبكة البيانية لحامل الضرب الديكارتي لأنه عدد الأزواج المرتبة عدد غير منته أي نقطة على الشبكة $N \times N$

حامل الضرب الديكارتي $N \times N$

حيث N الأعداد النسبية $N \times N = \{(n, m) : n \in N, m \in N\}$



$N \times N$ عبارة عن سطح منقطع هنته بلا حدود وأي نقطة من هذه المنطقة $N \times N$

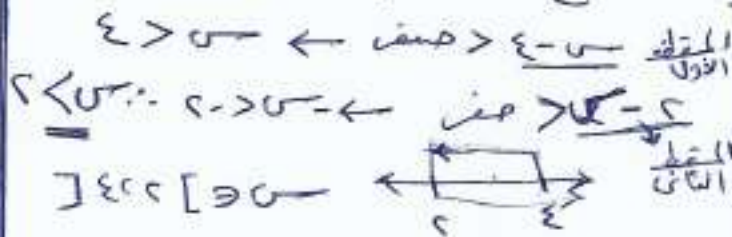
ملاحظات

- يسمى المقياس n محور السينات أو المحور الأفقي
- يسمى المقياس m محور الصادات أو المحور الرأس
- نقطة تقاطع المحاور تسمى بنقطة الأصل
- أي زوج مرتب (n, m)
- من هذه النقطة الأول أو الإحداثي السيني
- من هذه النقطة الثاني أو الإحداثي الصادي
- إذا كان الإحداثي السيني للنقطة = صفر
- فانه النقطة تقع على محور الصادات
- إذا كان الإحداثي الصادي للنقطة = صفر
- فانه النقطة تقع على محور السينات

مهندسة جنى أحمد

مثال إذا كانت النقطة (س، ص) حيث $س = 5$ تقع في الربع الثالث فإنه $س = -5$

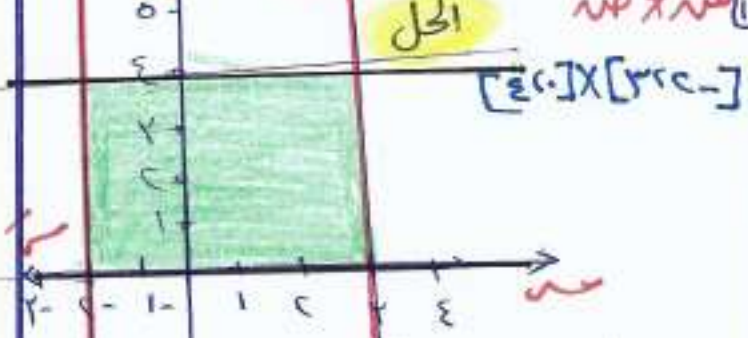
في الربع الثالث (-، -)



ولكنه هو معطى شرط $س = 5$ يبقى عايز عدد صحيح $\therefore س = 5$
حاصل الضرب الديكارتي لفترتيه

الفترة هي مجموعة جزئية من ح تمام

مثال إذا كانت $س = -3$ وكانت $ص = 4$ $[4, 5] \times [-3, 4]$ أو هي المنطقة التي تحت كلاهما



علت أيتة
 أخذت أول مجموعة من على محور السينات وطلعت منه عند حدود الفترة بعموديه
 راحيسين 1، 2 ب مثلاً

وبعدية المجموعة الثانية منه
 أخذت أيتة محور الصادات وأعمل
 عند الحدود عموديه أخفق تمام
 ومنطقة التقاطع هو ده سره

مهندسة جنى أحمد

المستقيم $س = 5$ $ص = 5$ يقسمه المستوى إلى أربع أرباع



الربع الأول كل $س = 5$ موجب $(+, +)$
 الربع الثاني $س = -5$ موجب $(-, +)$
 الربع الثالث $(-, -)$
 الربع الرابع $(+, -)$
 على محور السينات
 على محور الصادات

مثال إذا ذكر الوبع أو المحور الذي تقع عليه كل من النقط التالية

- الربع الأول $(+, +)$ [1] $(2, 2)$
- الربع الرابع $(+, -)$ [5] $(3, -4)$
- محور السينات $(0, 0)$ [2] $(0, 5)$
- محور الصادات

مثال إذا كانت النقطة (5، 0) تقع على محور السينات فإنه $ب = 5$

محور السينات يفرق $ص = 5$ $ب = 5$
 إذا كانت النقطة (5، 7) تقع على محور الصادات فإنه $ب = 7$
 محور الصادات $س = 5$ $ب = 7$
 $\therefore 5 - 7 = 2$ $\therefore ب = 2$

الدرس الثاني

أولاً العلاقة

(اولاً العلاقة)
 أخذنا الدرس الماضي $S \times S$ وعرفنا انزاي برابط جميع عناصر المجموعة S
 جميع عناصر المجموعة $S = \{7, 6, 3\}$ ، $S = \{7, 6, 3\}$
 $\{ (7, 7), (7, 6), (7, 3), (6, 7), (6, 6), (6, 3), (3, 7), (3, 6), (3, 3) \} = S \times S$
 أخذنا كل عنصر من S جميع عناصر S لكي لو انا عاير اعل علاقة
 بينهم بن بشرط معين مثلا عاير المقط الاول (7) يبقى اقر
 المقط الثاني (6) هكذا ده انزاي بالرياضة وايضا
 يقول $S \times S$ علاقة من S الى S حيث $P \in S$ يعني $P \in S$
 الشرط

کل م د ن ب د م

لكل $M \subseteq S$ ، $b \in M$
أخذ أول رقم M واشرفه مع M فحقه العلاقة ولا
هل $2 > 1$ ؟ \times \therefore ليس مرتبطاً بالعلاقة مع ؟ أو 2 ؟
 $2 > 0$ \leftarrow $\therefore (0, 2) \ni$ بياء العلاقة \ni لأنه محقق الشرط
 $3 > 1$ \leftarrow $\therefore (1, 3) \ni$ بياء العلاقة \ni " " "
أشرف 3 $\therefore (2, 6) \ni$ " " "
لميت أخف 6 $\therefore (6, 0) \ni$ بياء العلاقة \ni " " "
 $6 > 1$ \leftarrow $\therefore (1, 6) \ni$ بياء العلاقة \ni " " "
 $7 > 1$ \leftarrow $\therefore (1, 7) \ni$ بياء العلاقة \ni " " "

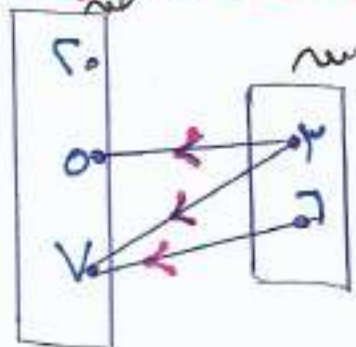
أكتب الحق بامع العلاقة ... بيان $\{ (7,6), (7,3), (5,2) \}$ لاحظ! انه بيان $\supset \supset \supset$ ويكبر تيقن العلاقة بخطهم وبيان

المخلفات السائلة



مهندسة جنى أحمد

المخطط البصري



اخذ باي بئتل بيايه ع فقط وليس ۱۳۹۹ هـ

تاريخية

إذا كانت $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = 3$ وكانت في علاقة مع 3 حيث $3 \div 1 = 3$ ، $3 \div 2 = 1.5$ ، $3 \div 3 = 1$ ، $3 \div 4 = 0.75$ ، $3 \div 5 = 0.6$ ، $3 \div 6 = 0.5$ ، $3 \div 7 = 0.428$ ، $3 \div 8 = 0.375$ ، $3 \div 9 = 0.333$ ، $3 \div 10 = 0.3$ ، $3 \div 11 = 0.272$ ، $3 \div 12 = 0.25$ ، $3 \div 13 = 0.23$ ، $3 \div 14 = 0.214$ ، $3 \div 15 = 0.2$ ، $3 \div 16 = 0.1875$ ، $3 \div 17 = 0.176$ ، $3 \div 18 = 0.166$ ، $3 \div 19 = 0.1578$ ، $3 \div 20 = 0.15$ ، $3 \div 21 = 0.1428$ ، $3 \div 22 = 0.1363$ ، $3 \div 23 = 0.1304$ ، $3 \div 24 = 0.125$ ، $3 \div 25 = 0.12$ ، $3 \div 26 = 0.1153$ ، $3 \div 27 = 0.1111$ ، $3 \div 28 = 0.1071$ ، $3 \div 29 = 0.1034$ ، $3 \div 30 = 0.1$ ، $3 \div 31 = 0.09677$ ، $3 \div 32 = 0.09375$ ، $3 \div 33 = 0.090909$ ، $3 \div 34 = 0.088235$ ، $3 \div 35 = 0.085714$ ، $3 \div 36 = 0.083333$ ، $3 \div 37 = 0.081081$ ، $3 \div 38 = 0.078947$ ، $3 \div 39 = 0.076923$ ، $3 \div 40 = 0.075$ ، $3 \div 41 = 0.07317$ ، $3 \div 42 = 0.071428$ ، $3 \div 43 = 0.069767$ ، $3 \div 44 = 0.068181$ ، $3 \div 45 = 0.066666$ ، $3 \div 46 = 0.065217$ ، $3 \div 47 = 0.063829$ ، $3 \div 48 = 0.0625$ ، $3 \div 49 = 0.061224$ ، $3 \div 50 = 0.06$ ، $3 \div 51 = 0.0588235$ ، $3 \div 52 = 0.0576923$ ، $3 \div 53 = 0.0566038$ ، $3 \div 54 = 0.0555555$ ، $3 \div 55 = 0.0545454$ ، $3 \div 56 = 0.0535714$ ، $3 \div 57 = 0.0526315$ ، $3 \div 58 = 0.0517241$ ، $3 \div 59 = 0.0508474$ ، $3 \div 60 = 0.05$ ، $3 \div 61 = 0.0491803$ ، $3 \div 62 = 0.0483871$ ، $3 \div 63 = 0.047619$ ، $3 \div 64 = 0.046875$ ، $3 \div 65 = 0.0461538$ ، $3 \div 66 = 0.0454545$ ، $3 \div 67 = 0.0447761$ ، $3 \div 68 = 0.0441176$ ، $3 \div 69 = 0.0434782$ ، $3 \div 70 = 0.0428571$ ، $3 \div 71 = 0.0422535$ ، $3 \div 72 = 0.0416666$ ، $3 \div 73 = 0.0410959$ ، $3 \div 74 = 0.0405405$ ، $3 \div 75 = 0.04$ ، $3 \div 76 = 0.0394937$ ، $3 \div 77 = 0.038961$ ، $3 \div 78 = 0.0384496$ ، $3 \div 79 = 0.0379518$ ، $3 \div 80 = 0.0374687$ ، $3 \div 81 = 0.036998$ ، $3 \div 82 = 0.036539$ ، $3 \div 83 = 0.0360915$ ، $3 \div 84 = 0.0356521$ ، $3 \div 85 = 0.0352206$ ، $3 \div 86 = 0.0347963$ ، $3 \div 87 = 0.0343785$ ، $3 \div 88 = 0.033967$ ، $3 \div 89 = 0.0335618$ ، $3 \div 90 = 0.0331628$ ، $3 \div 91 = 0.0327697$ ، $3 \div 92 = 0.0323826$ ، $3 \div 93 = 0.0319912$ ، $3 \div 94 = 0.0316054$ ، $3 \div 95 = 0.0312258$ ، $3 \div 96 = 0.0308521$ ، $3 \div 97 = 0.0304844$ ، $3 \div 98 = 0.0301226$ ، $3 \div 99 = 0.0297667$ ، $3 \div 100 = 0.0294166$ ، $3 \div 101 = 0.0290722$ ، $3 \div 102 = 0.0287333$ ، $3 \div 103 = 0.028399$ ، $3 \div 104 = 0.0280702$ ، $3 \div 105 = 0.0277469$ ، $3 \div 106 = 0.0274292$ ، $3 \div 107 = 0.027117$ ، $3 \div 108 = 0.0268101$ ، $3 \div 109 = 0.0265082$ ، $3 \div 110 = 0.0262113$ ، $3 \div 111 = 0.0259194$ ، $3 \div 112 = 0.0256325$ ، $3 \div 113 = 0.0253504$ ، $3 \div 114 = 0.0250732$ ، $3 \div 115 = 0.0248009$ ، $3 \div 116 = 0.0245335$ ، $3 \div 117 = 0.024271$ ، $3 \div 118 = 0.0240134$ ، $3 \div 119 = 0.0237606$ ، $3 \div 120 = 0.0235125$ ، $3 \div 121 = 0.0232691$ ، $3 \div 122 = 0.0230303$ ، $3 \div 123 = 0.0227961$ ، $3 \div 124 = 0.0225664$ ، $3 \div 125 = 0.0223413$ ، $3 \div 126 = 0.0221207$ ، $3 \div 127 = 0.0219046$ ، $3 \div 128 = 0.0216929$ ، $3 \div 129 = 0.0214856$ ، $3 \div 130 = 0.0212826$ ، $3 \div 131 = 0.0210838$ ، $3 \div 132 = 0.0208892$ ، $3 \div 133 = 0.0206988$ ، $3 \div 134 = 0.0205125$ ، $3 \div 135 = 0.0203303$ ، $3 \div 136 = 0.0201521$ ، $3 \div 137 = 0.0199779$ ، $3 \div 138 = 0.0198076$ ، $3 \div 139 = 0.0196412$ ، $3 \div 140 = 0.0194787$ ، $3 \div 141 = 0.01932$ ، $3 \div 142 = 0.0191654$ ، $3 \div 143 = 0.0190146$ ، $3 \div 144 = 0.0188676$ ، $3 \div 145 = 0.0187244$ ، $3 \div 146 = 0.0185849$ ، $3 \div 147 = 0.0184491$ ، $3 \div 148 = 0.018317$ ، $3 \div 149 = 0.0181886$ ، $3 \div 150 = 0.0180638$ ، $3 \div 151 = 0.0179426$ ، $3 \div 152 = 0.017825$ ، $3 \div 153 = 0.017711$ ، $3 \div 154 = 0.0176006$ ، $3 \div 155 = 0.0174937$ ، $3 \div 156 = 0.0173903$ ، $3 \div 157 = 0.0172903$ ، $3 \div 158 = 0.0171937$ ، $3 \div 159 = 0.0171004$ ، $3 \div 160 = 0.0170104$ ، $3 \div 161 = 0.0169236$ ، $3 \div 162 = 0.0168399$ ، $3 \div 163 = 0.0167594$ ، $3 \div 164 = 0.0166821$ ، $3 \div 165 = 0.0166079$ ، $3 \div 166 = 0.0165368$ ، $3 \div 167 = 0.0164688$ ، $3 \div 168 = 0.0164038$ ، $3 \div 169 = 0.0163418$ ، $3 \div 170 = 0.0162827$ ، $3 \div 171 = 0.0162265$ ، $3 \div 172 = 0.0161732$ ، $3 \div 173 = 0.0161228$ ، $3 \div 174 = 0.0160752$ ، $3 \div 175 = 0.0160304$ ، $3 \div 176 = 0.0159884$ ، $3 \div 177 = 0.0159491$ ، $3 \div 178 = 0.0159125$ ، $3 \div 179 = 0.0158785$ ، $3 \div 180 = 0.0158472$ ، $3 \div 181 = 0.0158186$ ، $3 \div 182 = 0.0157926$ ، $3 \div 183 = 0.0157692$ ، $3 \div 184 = 0.0157484$ ، $3 \div 185 = 0.0157299$ ، $3 \div 186 = 0.0157137$ ، $3 \div 187 = 0.0156997$ ، $3 \div 188 = 0.0156878$ ، $3 \div 189 = 0.015678$ ، $3 \div 190 = 0.0156702$ ، $3 \div 191 = 0.0156644$ ، $3 \div 192 = 0.0156605$ ، $3 \div 193 = 0.0156585$ ، $3 \div 194 = 0.0156583$ ، $3 \div 195 = 0.0156598$ ، $3 \div 196 = 0.015663$ ، $3 \div 197 = 0.0156678$ ، $3 \div 198 = 0.0156741$ ، $3 \div 199 = 0.0156819$ ، $3 \div 200 = 0.0156911$ ، $3 \div 201 = 0.0157017$ ، $3 \div 202 = 0.0157137$ ، $3 \div 203 = 0.015727$ ، $3 \div 204 = 0.0157416$ ، $3 \div 205 = 0.0157574$ ، $3 \div 206 = 0.0157744$ ، $3 \div 207 = 0.0157926$ ، $3 \div 208 = 0.0158119$ ، $3 \div 209 = 0.0158324$ ، $3 \div 210 = 0.0158541$ ، $3 \div 211 = 0.0158769$ ، $3 \div 212 = 0.0159008$ ، $3 \div 213 = 0.0159258$ ، $3 \div 214 = 0.0159518$ ، $3 \div 215 = 0.0159788$ ، $3 \div 216 = 0.0160068$ ، $3 \div 217 = 0.0160358$ ، $3 \div 218 = 0.0160657$ ، $3 \div 219 = 0.0160966$ ، $3 \div 220 = 0.0161284$ ، $3 \div 221 = 0.0161611$ ، $3 \div 222 = 0.0161947$ ، $3 \div 223 = 0.0162292$ ، $3 \div 224 = 0.0162646$ ، $3 \div 225 = 0.0163008$ ، $3 \div 226 = 0.0163378$ ، $3 \div 227 = 0.0163756$ ، $3 \div 228 = 0.0164142$ ، $3 \div 229 = 0.0164536$ ، $3 \div 230 = 0.0164937$ ، $3 \div 231 = 0.0165346$ ، $3 \div 232 = 0.0165763$ ، $3 \div 233 = 0.0166187$ ، $3 \div 234 = 0.0166618$ ، $3 \div 235 = 0.0167056$ ، $3 \div 236 = 0.0167501$ ، $3 \div 237 = 0.0167952$ ، $3 \div 238 = 0.016841$ ، $3 \div 239 = 0.0168875$ ، $3 \div 240 = 0.0169346$ ، $3 \div 241 = 0.0169823$ ، $3 \div 242 = 0.0170306$ ، $3 \div 243 = 0.0170795$ ، $3 \div 244 = 0.017129$ ، $3 \div 245 = 0.0171791$ ، $3 \div 246 = 0.0172298$ ، $3 \div 247 = 0.0172811$ ، $3 \div 248 = 0.017333$ ، $3 \div 249 = 0.0173855$ ، $3 \div 250 = 0.0174386$ ، $3 \div 251 = 0.0174923$ ، $3 \div 252 = 0.0175466$ ، $3 \div 253 = 0.0176015$ ، $3 \div 254 = 0.017657$ ، $3 \div 255 = 0.0177131$ ، $3 \div 256 = 0.0177698$ ، $3 \div 257 = 0.0178271$ ، $3 \div 258 = 0.017885$ ، $3 \div 259 = 0.0179435$ ، $3 \div 260 = 0.0180026$ ، $3 \div 261 = 0.0180623$ ، $3 \div 262 = 0.0181226$ ، $3 \div 263 = 0.0181835$ ، $3 \div 264 = 0.018245$ ، $3 \div 265 = 0.0183071$ ، $3 \div 266 = 0.0183698$ ، $3 \div 267 = 0.0184331$ ، $3 \div 268 = 0.018497$ ، $3 \div 269 = 0.0185615$ ، $3 \div 270 = 0.0186266$ ، $3 \div 271 = 0.0186923$ ، $3 \div 272 = 0.0187586$ ، $3 \div 273 = 0.0188255$ ، $3 \div 274 = 0.018893$ ، $3 \div 275 = 0.0189611$ ، $3 \div 276 = 0.0190298$ ، $3 \div 277 = 0.0190991$ ، $3 \div 278 = 0.019169$ ، $3 \div 279 = 0.0192395$ ، $3 \div 280 = 0.0193106$ ، $3 \div 281 = 0.0193823$ ، $3 \div 282 = 0.0194546$ ، $3 \div 283 = 0.0195275$ ، $3 \div 284 = 0.019601$ ، $3 \div 285 = 0.0196751$ ، $3 \div 286 = 0.0197498$ ، $3 \div 287 = 0.0198251$ ، $3 \div 288 = 0.019901$ ، $3 \div 289 = 0.0199775$ ، $3 \div 290 = 0.0200546$ ، $3 \div 291 = 0.0201323$ ، $3 \div 292 = 0.0202106$ ، $3 \div 293 = 0.0202895$ ، $3 \div 294 = 0.020369$ ، $3 \div 295 = 0.0204491$ ، $3 \div 296 = 0.0205298$ ، $3 \div 297 = 0.0206111$ ، $3 \div 298 = 0.020693$ ، $3 \div 299 = 0.0207755$ ، $3 \div 300 = 0.0208586$ ، $3 \div 301 = 0.0209423$ ، $3 \div 302 = 0.0210266$ ، $3 \div 303 = 0.0211115$ ، $3 \div 304 = 0.021197$ ، $3 \div 305 = 0.0212831$ ، $3 \div 306 = 0.0213698$ ، $3 \div 307 = 0.0214571$ ، $3 \div 308 = 0.021545$ ، $3 \div 309 = 0.0216335$ ، $3 \div 310 = 0.0217226$ ، $3 \div 311 = 0.0218123$ ، $3 \div 312 = 0.0219026$ ، $3 \div 313 = 0.0219935$ ، $3 \div 314 = 0.022085$ ، $3 \div 315 = 0.0221771$ ، $3 \div 316 = 0.0222698$ ، $3 \div 317 = 0.0223631$ ، $3 \div 318 = 0.022457$ ، $3 \div 319 = 0.0225515$ ، $3 \div 320 = 0.0226466$ ، $3 \div 321 = 0.0227423$ ، $3 \div 322 = 0.0228386$ ، $3 \div 323 = 0.0229355$ ، $3 \div 324 = 0.023033$ ، $3 \div 325 = 0.0231311$ ، $3 \div 326 = 0.0232298$ ، $3 \div 327 = 0.0233291$ ، $3 \div 328 = 0.023429$ ، $3 \div 329 = 0.0235295$ ، $3 \div 330 = 0.0236306$ ، $3 \div 331 = 0.0237323$ ، $3 \div 332 = 0.0238346$ ، $3 \div 333 = 0.0239375$ ، $3 \div 334 = 0.024041$ ، $3 \div 335 = 0.0241451$ ، $3 \div 336 = 0.0242498$ ، $3 \div 337 = 0.0243551$ ، $3 \div 338 = 0.024461$ ، $3 \div 339 = 0.0245675$ ، $3 \div 340 = 0.0246746$ ، $3 \div 341 = 0.0247823$ ، $3 \div 342 = 0.0248906$ ، $3 \div 343 = 0.0249995$ ، $3 \div 344 = 0.025109$ ، $3 \div 345 = 0.0252191$ ، $3 \div 346 = 0.0253298$ ، $3 \div 347 = 0.0254411$ ، $3 \div 348 = 0.025553$ ، $3 \div 349 = 0.0256655$ ، $3 \div 350 = 0.0257786$ ، $3 \div 351 = 0.0258923$ ، $3 \div 352 = 0.0260066$ ، $3 \div 353 = 0.0261215$ ، $3 \div 354 = 0.026237$ ، $3 \div 355 = 0.0263531$ ، $3 \div 356 = 0.0264698$ ، $3 \div 357 = 0.0265871$ ، $3 \div 358 = 0.026705$ ، $3 \div 359 = 0.0268235$ ، $3 \div 360 = 0.0269426$ ، $3 \div 361 = 0.0270623$ ، $3 \div 362 = 0.0271826$ ، $3 \div 363 = 0.0273035$ ، $3 \div 364 = 0.027425$ ، $3 \div 365 = 0.0275471$ ، $3 \div 366 = 0.0276698$ ، $3 \div 367 = 0.0277931$ ، $3 \div 368 = 0.027917$ ، $3 \div 369 = 0.0280415$ ، $3 \div 370 = 0.0281666$ ، $3 \div 371 = 0.0282923$ ، $3 \div 372 = 0.0284186$ ، $3 \div 373 = 0.0285455$ ، $3 \div 374 = 0.028673$ ، $3 \div 375 = 0.0288011$ ، $3 \div 376 = 0.0289298$ ، $3 \div 377 = 0.0290591$ ، $3 \div 378 = 0.029189$ ، $3 \div 379 = 0.0293195$ ، $3 \div 380 = 0.0294506$ ، $3 \div 381 = 0.0295823$ ، $3 \div 382 = 0.0297146$ ، $3 \div 383 = 0.0298475$ ، $3 \div 384 = 0.029981$ ، $3 \div 385 = 0.0301151$ ، $3 \div 386 = 0.0302498$ ، $3 \div 387 = 0.0303851$ ، $3 \div 388 = 0.030521$ ، $3 \div 389 = 0.0306575$ ، $3 \div 390 = 0.0307946$ ، $3 \div 391 = 0.0309323$ ، $3 \div 392 = 0.0310706$ ، $3 \div 393 = 0.0312095$ ، $3 \div 394 = 0.031349$ ، $3 \div 395 = 0.0314891$ ، $3 \div 396 = 0.0316298$ ، $3 \div 397 = 0.0317711$ ، $3 \div 398 = 0.031913$ ، $3 \div 399 = 0.0320555$ ، $3 \div 400 = 0.0321986$ ، $3 \div 401 = 0.0323423$ ، $3 \div 402 = 0.0324866$ ، $3 \div 403 = 0.0326315$ ، $3 \div 404 = 0.032777$ ، $3 \div 405 = 0.0329231$ ، $3 \div 406 = 0.0330698$ ، $3 \div 407 = 0.0332171$ ، $3 \div 408 = 0.033365$ ، $3 \div 409 = 0.0335135$ ، $3 \div 410 = 0.0336626$ ، $3 \div 411 = 0.0338123$ ، $3 \div 412 = 0.0339626$ ، $3 \div 413 = 0.0341135$ ، $3 \div 414 = 0.034265$ ، $3 \div 415 = 0.0344171$ ، $3 \div 416 = 0.0345698$ ، $3 \div 417 = 0.0347231$ ، $3 \div 418 = 0.034877$ ، $3 \div 419 = 0.0350315$ ، $3 \div 420 = 0.0351866$ ، $3 \div 421 = 0.0353423$ ، $3 \div 422 = 0.0354986$ ، $3 \div 423 = 0.0356555$ ، $3 \div 424 = 0.035813$ ، $3 \div 425 = 0.0359711$ ، $3 \div 426 = 0.0361298$ ، $3 \div 427 = 0.0362891$ ، $3 \div 428 = 0.036449$ ، $3 \div 429 = 0.0366095$ ، $3 \div 430 = 0.0367706$ ، $3 \div 431 = 0.0369323$ ، $3 \div 432 = 0.0370946$ ، $3 \div 433 = 0.0372575$ ، $3 \div 434 = 0.037421$ ، $3 \div 435 = 0.0375851$ ، $3 \div 436 = 0.0377498$ ، $3 \div 437 = 0.0379151$ ، $3 \div 438 = 0.038081$ ، $3 \div 439 = 0.0382475$ ، $3 \div 440 = 0.0384146$ ، $3 \div 441 = 0.0385823$ ، $3 \div 442 = 0.0387506$ ، $3 \div 443 = 0.0389195$ ، $3 \div 444 = 0.039089$ ، $3 \div 445 = 0.0392591$ ، $3 \div 446 = 0.0394298$ ، $3 \div 447 = 0.0396011$ ، $3 \div 448 = 0.039773$ ، $3 \div 449 = 0.0399455$ ، $3 \div 450 = 0.0401186$ ، $3 \div 451 = 0.0402923$ ، $3 \div 452 = 0.0404666$ ، $3 \div 453 = 0.0406415$ ، $3 \div 454 = 0.040817$ ، $3 \div 455 = 0.0409931$ ، $3 \div 456 = 0.0411698$ ، $3 \div 457 = 0.0413471$ ، $3 \div 458 = 0.041525$ ، $3 \div 459 = 0.0417035$ ، $3 \div 460 = 0.0418826$ ، $3 \div 461 = 0.0420623$ ، $3 \div 462 = 0.0422426$ ، $3 \div 463 = 0.0424235$ ، $3 \div 464 = 0.042605$ ، $3 \div 465 = 0.0427871$ ، $3 \div 466 = 0.0429698$ ، $3 \div 467 = 0.0431531$ ، $3 \div 468 = 0.043337$ ، $3 \div 469 = 0.0435215$ ، $3 \div 470 = 0.0437066$ ، $3 \div 471 = 0.0438923$ ، $3 \div 472 = 0.0440786$ ، $3 \div 473 = 0.0442655$ ، $3 \div 474 = 0.044453$ ، $3 \div 475 = 0.0446411$ ، $3 \div 476 = 0.0448298$ ، $3 \div 477 = 0.0450191$ ، $3 \div 478 = 0.045209$ ، $3 \div 479 = 0.0453995$ ، $3 \div 480 = 0.0455906$ ، $3 \div 481 = 0.0457823$ ، $3 \div 482 = 0.0459746$ ، $3 \div 483 = 0.0461675$ ، $3 \div 484 = 0.046361$ ، $3 \div 485 = 0.0465551$ ، $3 \div 486 = 0.0467498$ ، $3 \div 487 = 0.0469451$ ، $3 \div 488 = 0.047141$ ، $3 \div 489 = 0.0473375$ ، $3 \div 490 = 0.0475346$ ، $3 \div 491 = 0.0477323$ ، $3 \div 492 = 0.0479306$ ، $3 \div 493 = 0.0481295$ ، $3 \div 494 = 0.048329$ ، $3 \div 495 = 0.0485291$ ، $3 \div 496 = 0.0487298$ ، $3 \div 497 = 0.0489311$ ، $3 \div 498 = 0.049133$ ، $3 \div 499 = 0.0493355$ ، $3 \div 500 = 0.0495386$ ، $3 \div 501 = 0.0497423$ ، $3 \div 502 = 0.0499466$ ، $3 \div 503 = 0.0501515$ ، $3 \div 504 = 0.050357$ ، $3 \div 505 = 0.050$

ثانياً الدالة

الدالة هي علاقة بين S و M بحيث يربط بشرط إليه كل عنصر من عناصر S ب عنصر واحد فقط من عناصر M

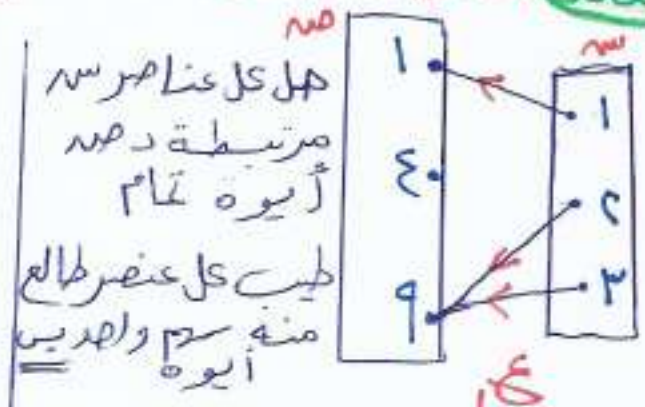
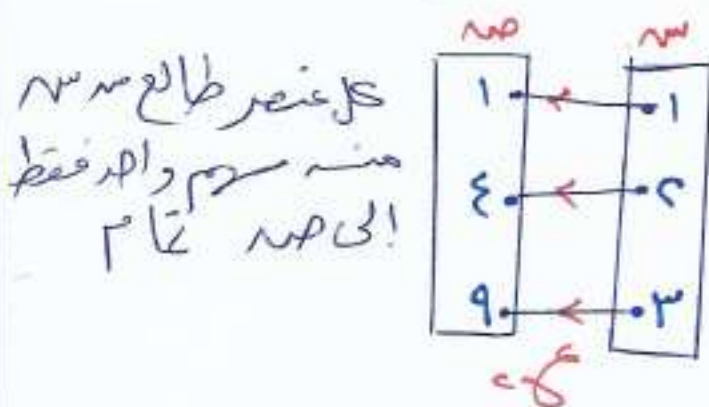
بمعنى آخر لو عندي علاقة بين S و M وحققتيلاً

في بيانه العلاقة لقيت كل عنصر من عناصر S ظهر مرة واحدة فقط بمقطع أول \therefore العلاقة هي مثل دالة

في المخطط الصوت لو لقيت كل عنصر من عناصر S خرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر M \therefore العلاقة هي مثل دالة

كذلك في المخطط البياني كل فطر رأس عليه نقطة واحدة فقط من النقاط التي تمثل العلاقة

مثال أي من العلاقات الآتية تمثل دالة من S إلى M



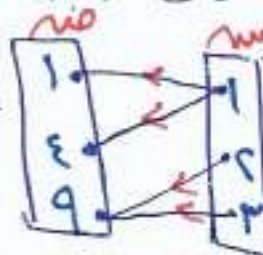
\therefore هي دالة من S إلى M

المجال = $\{1, 2, 3\}$ = S

المجال المقابل = $\{1, 4, 9\}$ = M

المدى = $\{1, 4, 9\}$

لأنه يربط بكل عناصر S



أكثر كدة 1 يرتبط بـ طالع منه سهمين دالة مبتغى

كذلك

\therefore هي ليست دالة

\therefore هي دالة من S إلى M

لاحظ

المجموعة S تسمى مجال الدالة

\therefore مجال الدالة = $\{1, 2, 3\}$

المجموعة M تسمى المجال المقابل

\therefore المجال المقابل للدالة هو $\{1, 4, 9\}$

مجموعة العناصر التي أنا مرتبط بها

منه S تسمى مدى الدالة

هنا في المثال ارتبط بأبوابه من S

$\{1, 4, 9\}$ (المقطع الثاني)

\therefore مدى الدالة هو $\{1, 4, 9\}$

مثال ٣ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فأي العلاقات الآتية تمثل دالة

ت = $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ لا ت = $\{(1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3)\}$

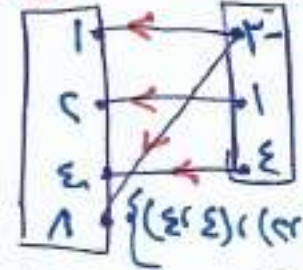
لازم على أنه تكون دالة الخط يثبت
 ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠
 من المقطع الأول
 تمام كره : ت دالة

المدى هو المقطع الثاني $\{1, 2, 3, 4\}$
 كانت = $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

ت = دالة
 المدى = $\{3\}$ المقطع الثاني
 ت = $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
 ت = $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
 ح ب أ ق ت

مثال ٤ الخط السحب يمثل

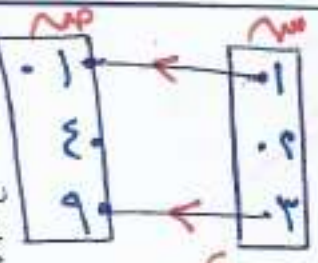
علاقة من $S \rightarrow S$
 $S = \{1, 2, 3, 4\}$ $S = \{1, 2, 3, 4\}$
 ما كتب بياض
 هل هي دالة أولا ولماذا
 ما قيمة S إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ بياض



الحل

بياض
 ت = $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
 هي ليست دالة لأنه ظهرت مرتين
 أول
 (س) \ni بياض العلاقة \rightarrow عند (س) العلاقة
 $\therefore (س) = (س)$
 $1 = 1$

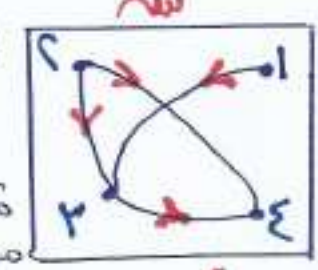
لكن كدة العنصر
 ٢ فطلع من
 يبقى ليس دالة لازم
 كل عنصر يطلع منه



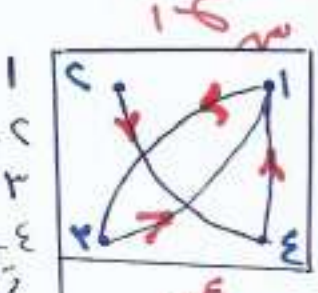
ع ليست دالة

مثال ٥ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فأي من المخططات الآتية تعتبر دالة على المجموعة S ؟

زوج عند ا طالع منه
 عند ٢ طالع س و ٤ س
 مكمل كدة العنصر
 مرتبط مرتين منيف



١ طالع منه س و ٢
 ٢ طالع س و ٤ س
 ٣ طالع س و ٤ س
 ٤ طالع س و ٤ س
 تمام كره



ع دالة المدى = $\{1, 2, 3, 4\}$
 هنا ١ طالع من س و ٢
 و س و ٤ على ٤



٢ ٣ ٤
 من س و ٢ مش خارج
 منه س و ٤ طالع
 ع ليست دالة

الحل هو ع هي التي تعتبر دالة
 على المجموعة S

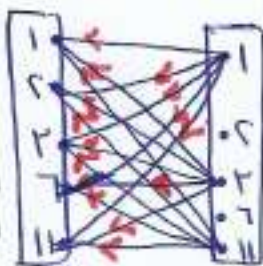
مهندسة جنى أحمد

مثال إذا كانت $س = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ وكانت على علاقة مع $ب = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ عدد فردي أكتب بيانه على دالة ولماذا

الحل

$$\begin{aligned} 1 \times 2 &= 2 \\ 2 \times 3 &= 6 \\ 3 \times 4 &= 12 \\ 4 \times 5 &= 20 \\ 5 \times 6 &= 30 \\ 6 \times 7 &= 42 \\ 7 \times 8 &= 56 \\ 8 \times 9 &= 72 \\ 9 \times 10 &= 90 \\ 10 \times 11 &= 110 \\ 11 \times 12 &= 132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \times 2 &= 2 \\ 2 \times 3 &= 6 \\ 3 \times 4 &= 12 \\ 4 \times 5 &= 20 \\ 5 \times 6 &= 30 \\ 6 \times 7 &= 42 \\ 7 \times 8 &= 56 \\ 8 \times 9 &= 72 \\ 9 \times 10 &= 90 \\ 10 \times 11 &= 110 \\ 11 \times 12 &= 132 \end{aligned}$$



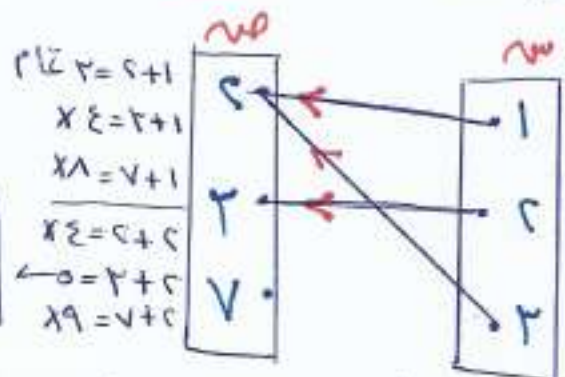
الرسم طلع صغير حسب المثال كويس
بيانه العلاقة - $\{ (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8), (8,9), (9,10), (10,11), (11,12) \}$
عملت دالة لأنه كل منه 11, 3, 1
لها أكثر من صورة فمن س
كذلك 6, 2, 3 ليس لها صورة
من س

مهندسة جنى أحمد

مثال إذا كانت $س = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ وكانت على علاقة مع $ب = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ عدد أولي أكتب بيانه على دالة ولماذا

الحل

الأعداد الأولية هي $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
بيانه $\{ (2,3), (3,5), (5,7), (7,11) \}$



كل عنصر خارج منه س و ب فقط
من دالة

إذا كانت $س = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ وكانت على علاقة مع $ب = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ عدد أولي أكتب بيانه على دالة ولماذا

مثال إذا كانت على علاقة مع مجموعة الأعداد الطبيعية ط حيث $ب \times س = 12$ لكل $س \in س, ب \in ب$ إذا كان $س$ من $س$ ما هو $ب$ أكتب بيانه على دالة ولماذا

الحل

العلاقة هي عند $س \times ب = 12$
 $س = 12 \div ب = 3 \rightarrow س = 3 \rightarrow ب = 4$
 $س = 12 \div ب = 4 \rightarrow س = 3 \rightarrow ب = 4$
 $س = 12 \div ب = 6 \rightarrow س = 2 \rightarrow ب = 6$
 $س = 12 \div ب = 12 \rightarrow س = 1 \rightarrow ب = 12$

لأن $س$ هي $س$ فقط $ب$ هي $ب$
وكذلك $س = 4 \rightarrow ب = 3$
 $س = 6 \rightarrow ب = 2$
 $س = 12 \rightarrow ب = 1$

درس دوال كثيرات الحدود

في البداية وقبل التعرف على دوال كثيرات الحدود هتسوف بنرضي للدالة بآية :- عرفنا يعني دالة وقولنا أنها علاقة بين

س و صه بشرط فكيف كده الشرط آية ؟؟

وكتب بنرضي للعلاقة بالرمز ع لكن الدالة بقى ؟؟

يُرمز للدالة عادة بأحد الحرف مثل د أو ن أو ر أو ص أو ...

وتكتب د : س ← صه وتقرأ د دالة سه إلى صه

ن : س ← صه وتقرأ ن دالة سه إلى صه

ويمكنه أن يقول د (ص) = ص أو ن (ص) = ص

خذ بالك

ن (س) أو ن (صه) ← دي عدد عناصر المجموعة س أو صه أو عن تطبيق

إذا كانت د (س) = ٣ - ٥ + ١ هذه الصورة تحت بقاعدة الدالة ودي بعرف أنها عدد فلا الصورة كل عنصر من عناصر المجال (الأزواج المرتبة)

مثال ١ إذا كانت س = {٣، ١، ٢} ، صه = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٧} وكانت د : س ← صه حيث د (س) = ٥ - ٥ = ٥ أو هو بيان الدالة وخطا بيانيا واحد للمدى

← قاعدة الدالة هتقلقل

زي ما كنت بعمل في العلاقة

الحل

هعمل آية على ما أصيب بيانه الدالة

هاخذ كل عنصر من س وأعوض فيه ن الدالة واشوف المسطه الثاني (صه) هيطلع آية

عند س = ٥ = ٥ - ٥ = ٥ :- د (٥) ← هتقل كل س وأضع مكانه صه

عند س = ٥ = ٥ - ٥ = ٥ :- د (٥) ← (صه ٥) ⇒ بيانه الدالة

معناها عند س = صه ← صه = ٥ أو د (س) = ٥

عند س = ١ ← (١) هتقل كل س وأضع مكانه صه

:- د (١) = ١ - ٥ = -٤ ← (١) = -٤ ⇒ بيانه الدالة

صه أو د (س) = صه

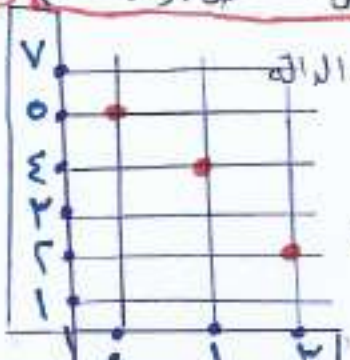
صه = ٢

:- د (٢) = ٢ - ٥ = -٣ :- د (٢) = -٣

بيانه د = { (٢، -٣) ، (١، -٤) ، (٥، ٥) }

المدى هو صه عناصره أو صور عناصر المجال أو المسطه الثاني

= { ٥ ، ٤ ، ٢ }



س

الدالة كثيرة الحدود

حسنة الامتحان
الحال

هـ دالة قاعد تراهد أو مقدار جبری بحيث یكونه كل من المجال

والمجال المقابل للدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية

صورتها الدالة: $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ n \end{matrix} = (1, 2, 3, \dots, n)$

جیب $\dots, p_2, p_1, p_0 \dots$ | $\exists n \in \mathbb{N}$

الحال

الحال الثاني

المجال المقابل
شرطه على انه يكون دالة كثيرة الحدود انه المجال والمجال المقابل هو ح

(c) لا يجوز أن يكون عدد طبيعي

ليست هيئته في الأرض يكونه ولا حيزه ولا عدد حالت ولا كسر

مثال ① أي من الدوال الآتية تمثل كثيرة حدود

$$0 - \sqrt{c} = (c-1) \div 2 \quad \text{II}$$

الحل

هل هذا الحال والحال المقابل
أيوه عرفت إزاي أقدار المعوض
عندس أي قمة صريح يظهر
صورة فتح أيضاً وأسس (س)
عدد طبيعي
:- الآلة د كثيرة حدود

$$3 + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = (5) \therefore \boxed{5}$$

سواء حيداً بصعد النظر كدرة
طالما أن (س) \Rightarrow ط
... دي كثيرة حدود

$$3 = (-1) \cdot 3 \quad \boxed{3}$$

دی برضو کثیره ضرور آزای
دمقین س اصلا
اعتبر عند (س) $= 3 \times$ س
ن. اس (س) ≥ 4

* ملحوظة مهمة جداً
عند بحث ما إذا كانت دالة غير

$$\boxed{4} \quad (s) = s + \frac{1}{s}$$

الكل

لا دی لیت کثیره حدود لیه
لا نه عندی $\frac{1}{2}$ و دی طبعاً مسا
یعن اوس سالت صیفقش

$$A + \sqrt{B} + C = (5) : 3 \quad \boxed{5}$$

31

الدالة لا تغفل دالة كثيرة الحدود
لأنه عندى $\frac{1}{x}$ (أقصى) $\neq 0$

$$(c - \frac{1}{c^2} + c) \cdot c = (c) \cdot 7$$

الحل

لا تحتمل دالة كثيرة حدود

کھنڈ لیں پس لو انا حضرت سے

الدائرة هي مجموعة العناصر
لا تحتوي على نفسها

إزاي أعرف درجة الدالة كثيرة الحدود

سبيل هذا نجد درجة الدالة عند طرفه أكبر أس للمتغير

$$[2] \text{ (د.س)} = 7x^2 - 3x + 5$$

الحل

دى كثيرة حدود من أية درجة
هذير لا زغديكي لوكانه الحذر على
المتغير كنت هقول ليست كثيرة
حدود لكنه على الأرقام هفيس مشكلة
طيب علشان زغرف : من الدرجة الكامل
لازم أبط الدالة

$$\text{ (د.س)} = 7x^2 - 3x + 5$$

$$= 7x^2 - 3x + 5$$

أكبر أس هو 2
الدالة كثيرة حدود من الدرجة الرابعة

ملاحظه مهمه

بيجى فى البداية إذا كانت الدالة
كثيرة حدود أم لا

بعد كدة بيط القاعدة علشان
زغرف أكبر أس عندى كام

وعلطول لولقيت حرفا المقام
أو لا تبقيت

كثيرة حدود بالتالى هفيس
علاقة بالدرجة

$$\text{ (د.س)} = 5x^2 - 4x$$

الحل

هنا أكبر أس 2 هو
بيقت دى من الدرجة الأولى أو دالة خطية

$$\text{ (د.س)} = 2x^2 - 3x$$

الحل

عندى 2 أس 2 بيقت أكبر أس
هو : من الدرجة الثانية
أو دالة تربيعية

$$\text{ (د.س)} = 3x^2 - 2x$$

الحل

هنا لازم زغرف الأس فى القوس

$$\text{ (د.س)} = 3x^2 - 2x$$

: الدالة من الدرجة الثالثة
أو دالة تكعيبية

مثال أى من الدوال الآتية تمثل

كثيرة حدود وعنده درجت

$$\text{ (د.س)} = 3x^2 - 2x$$

دى كثيرة حدود من الدرجة
الدرجة الأولى أو دالة خطية

$$\text{ (د.س)} = 3x^2 - 2x$$

هنا 2 بيقت أكبر أس
هو : من الدرجة الثانية

الدرجة الصفرية أو دالة ثابتة

$$\text{ (د.س)} = 3x^2 - 2x$$

الحل

فى 3 فى المقام بيقى لا تقبل
كثيرة حدود

فلا هفيس : علاقة بالدرجة

طالما لمعت ليست كثيرة حدود

ملاحظة أخرى

إذا كانت د: ح ← ح اذكر درجة
د ثم أوجد د(-)، د(0)، د(1)
حيث د(س) = س - ع

الحل

الدالة من الدرجة الثانية

د(-) = عشاءه أحيث د(-) =
تشيل كل من من الدالة فأضع مكانه
ع -
∴ د(-) = (-) = (-) = ع - ع = صفر
د(-) = صفر

د(0) = تشيل كل من وأضع مكانه صفر
∴ د(0) = (0) = (-) = ع - ع = صفر

د(1) = (1) = (-) = ع - ع = صفر

مثال

إذا كانت د(س) = س - م - م
ر(س) = س - 3
أوجد د(1) + 2ر(1)

الحل

جعل أية هنا معطى والشئ د: ح → ح
وعاير د(1) + 2ر(1)

هتبر الى هتبر هتبر الاول
د(1) يبقى هتبر عند 1 = 1
س من الدالة ≥

∴ د(1) = (-) = (-) = ع - ع = صفر
ع - ع = 2ر(1) = 2(1 - 3) = -4

ر(1) = دى مغفل انه 2 مضروبة
من دالة ر عند 1 = 1
∴ ر(1) = هتبر عند دالة ر
وأشيل من وأضع مكانه 1

$$3 \cdot (1) = (-) = (-) = ع - ع = صفر$$

$$9 - 1 = 8$$

أخذ بالى ر هتبر ال 3 من القوس كله
∴ د(1) + 2ر(1) = 8 + 2(-4) = 0

$$9 - 1 = 8$$

أشيت انه د(3) = ر(3) = صفر

الحل

هتبر د(3) وأحيث ر(3) وأشوف
بى اوى كام

$$د(3) = (3) = (-) = ع - ع = صفر$$

$$ر(3) = (3) = (-) = ع - ع = صفر$$

$$∴ د(3) = ر(3) = صفر$$

مثال

إذا كانت د: ح → ح حيث د(س) = (س - 3)²
ر: ح → ح حيث ر(س) = س - 3
قمية من الدالة فجعل د(س) = ر(س)

الحل

عاير من الدالة تشيل الدالة متساوية

$$(س - 3)^2 = س - 3$$

$$س - 3 = 4 + 5 = 9$$

$$س - 3 = 9 + 9 + 9 = 27$$

$$س - 3 = 12 + 12 + 12 = 36$$

فأكرهه التقليل ولا

$$س = 3 \text{ أو } س = 9$$

إذا كانت د: ح → ح د = (س - 3)²
ر(س) = س - 3
وأكتب قاعدة الدالة في

حاول تفكر فيز

دراسة بعض دوال كثيرات الحدود

منه سة ايهنا غير

في الدرس ده هنعرف ايزاي نرسم بعض الدوال كثيرات الحدود

زى ① الدالة الثابتة أو الصفرية هنا ارقام بس مفيش س

② الدالة الخطية ارمه الدرجة الاولى \rightarrow اكبر اس $= 1$

③ الدالة التربيعية ارمه الدرجة الثانية هنا اكبر اس $= 2$

أولا الدالة الثابتة

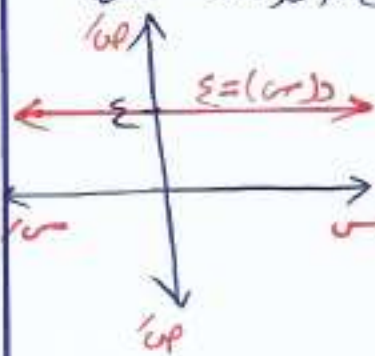
ليه اسمها دالة ثابتة مثلا عندى $d(x) = 4$ زهرن كدة ذهب

$d(-) = 4$ مثال كل س وهفغ صفر بس انا فعندى س اصل

$\therefore d(0) = 4$ طيب $d(5) = 4$ برضو $d(10) = 4$

مهما غيرت قيم س الدالة قيمتها ثابتة \rightarrow علشان كدة اسمها دالة ثابتة

طيب ازرسمها ايزاي



دى ازرسل دالة فكتير ارسها هر رسم محور الاعداد عادي
وأروح عند $y=4$ مش هت $d(x) = 4$ يبقى $y=4$
اخرى بقى خط مستقيم عند x يوازي محور السينات

مثال مثل بيا نبدأ: $d(x) = 1$ اتم اوجه حايانى

① درجة الدالة

② $d(0) + d(1) + d(2) + \dots$

الحل

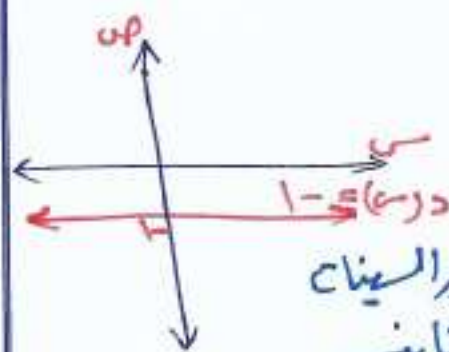
هر رسم ايزاي هروح عند $y=1$ وارسم خط يوازي محور السينات

① درجة الدالة من الدرجة الصفرية أو دالة ثابتة

② عرفنا $d(x) = 1$ عرفنا $d(0) = 1$

③ $d(0) + d(1) + d(2) + \dots = 1 + 1 + 1 + \dots$

④ $d(x) = 1$ برضو



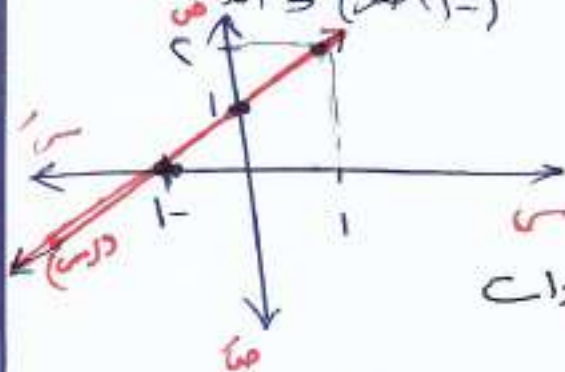
حانينا الدالة الخطية

و دي حمانه ليس اسمها خطيه لانه احابا ارجم الدالة بتكونه خط مستقيم
 صيرتلا $(د س) = س + ب$ حيث $ب \in \mathbb{R}$ و $س \in \mathbb{R}$

طبع ارجمها ازاى سهل مرفعو

زهدنا السنة الدرافات ازاى ارجم $س + ب = ١$ وانا عندي $س = ٠$
 :- $(د س) = ١ + س$ سهل ارجمها أعوض باى ثلاث نقاط د س و اصب

عند $س = ٠$ ← $(٠) = ١ + ٠ = ١$ $(٠, ١) \in$ الدالة
 عند $س = ١$ ← $(١) = ١ + ١ = ٢$ $(١, ٢) \in$ الدالة
 عند $س = -١$ ← $(-١) = ١ + (-١) = ٠$ $(-١, ٠) \in$ الدالة



ارجم بقه تمام

لا حظ

مكنه ارجم الدالة عند طريعه معرفه نقطه
 تقاطع الدالة مع كلاصه محور السينات والصادات

$$(د س) = س + ب$$

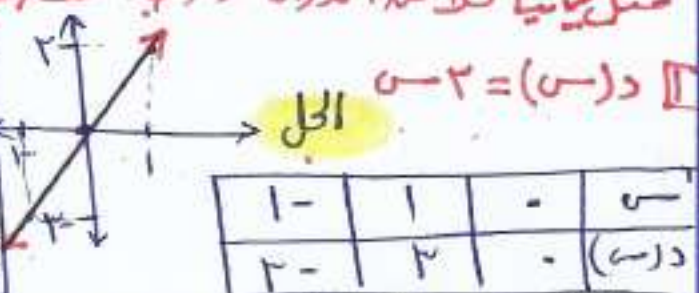
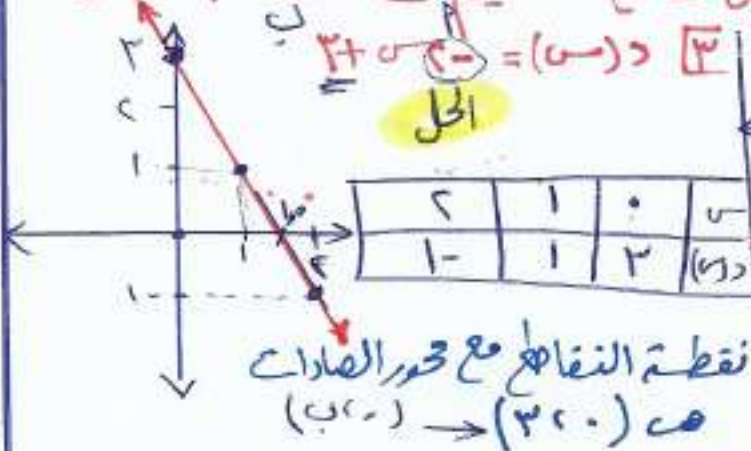
الدالة دي تقطع محور الصادات ف النقطه $(٠, ٢)$

السينات " " " " $(٠, \frac{٢}{٢})$

نطبعه على اول مثال تقطع الصادات ف $(٠, ١)$ والسينات ف $(-١, ٠)$

مثال

مثل بيانيا كلاصه الدوال واوحد نقطه تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات



نقطه التقاطع مع محور الصادات
 $(٢, ٠) \rightarrow (٠, ٢)$
 نقطه التقاطع مع محور السينات
 $(٠, \frac{٢}{٢}) \rightarrow (٠, ١) = (٠, \frac{٢}{٢})$
 $(٠, ١, ٥) =$

اذا كانت الدالة على صوره $(د س) = س + ب$
 فانزلت من النقطه الاصل $(٠, ٠)$
 $(د س) = س - ٢$
 تمر أيضا $(٠, ٠)$

مثال إذا كانت المستقيم الممثل للدالة $د: ح \rightarrow ح$ $(د(س) = س + ك + ب)$ يقطع

محور السينات من النقطة $(٠, ٣)$ ويقطع محور الصادات من $(٣, ٠)$ أو صدقية ٢ ب ثم اوجد قيمة $د(١)$

الحل

المستقيم يقطع محور الصادات من النقطة $(٠, ٣) = (٠, د(٠))$
 $\therefore ب = ٣$

المستقيم يقطع محور السينات من النقطة $(٣, ٠) = (٣, د(٣))$

$$\therefore \frac{٣}{٣} = \frac{٠}{٣} \quad \text{بالتعويض عنه ب} \quad ٣ = \frac{٠}{٣} \leftarrow \frac{٣}{٣} = \frac{٣ \times ٣}{٣} \leftarrow ٣ = ٣$$

$$\therefore ١ = ٣ \quad \therefore د(١) = ٣ - ١ = ٢$$

$$د(١) = ٣ - ١ = ٢$$

مثال إذا كانت $د(س) = س + ب$ و $ر(س) = ب$ حيث $د$ و $ر$ من دوال كثيرات الحدود وكانت $د(١) + ر(٤) = ١٢$ أو صدقية $د(٤) + ر(١) = ١٢$

الحل

علما أنه أعرف أن حسب المطلوب لازم الأول (أعرف قيمة ب)
 طبق هجول إزاي عند $د(١) + ر(٤) = ١٢$ أعوضنا فكل
 $١ + ٢ = ١٢$ $٢ + ٢ = ١٢$ $٣ + ٢ = ١٢$ $٤ + ٢ = ١٢$

$$\therefore د(١) + ر(٤) = ١٢ = ١ + ٢ + ٢ = ١٢ \quad \therefore د(١) = ١ \quad \therefore ١ = ١$$

$د(٤) + ر(١) = ١٢ = ٤ + ٢ = ١٢$
 ثوابت $١٢ = ٤ + ٢ = ١٢$
 ثوابت $١٢ = ٤ + ٢ = ١٢$
 ثوابت $١٢ = ٤ + ٢ = ١٢$

الحل

الحال هو الاعداد من السين $٣, ٢, ١, ٠$ $٣, ٢, ١, ٠$
 المدي $١, ٢, ٣, ٤$ $١, ٢, ٣, ٤$
 إزاي بقا أعرف (صفت قاعدة الدالة) أشوف كده أول زوج صرت $(٤, ٢)$
 مجموعهم ٤ تمام طبق $(٢, ١)$ مجموعهم ٤ وكذلك باقى الأزواج

$$\therefore ٤ = ٢ + ٢ \quad \therefore ٤ = ٢ + ٢ \quad \therefore ٤ = ٢ + ٢$$

الدالة التربيعية

هذه دالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية وتكون على الصورة

$$d: x \mapsto ax^2 + bx + c$$
 حيث $a \neq 0$

إنزاي الرسم الدالة
 عادة يبدأ نرى الدوال السابقة معوض بمجموعة قيم x و (يبدأ من $x=0$)
 بعد أن نرى بالي هنا يبقى معطى فترة أو شغل قليل لتصل إلى الرسم
 حيث شكل الرسم يتغير أحياناً
 الرسم عبارة عن منحنى إما مفتوح لأعلى وإما مفتوح لأسفل

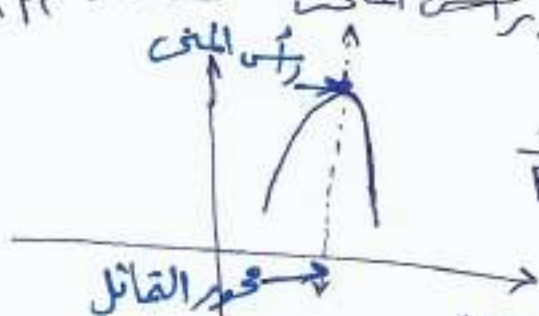


والممنحن له محور تماثل ونقطة رأس المنحنى
 حدد شكل الرسم إنزاي ونقطة رأس المنحنى

* ① إذا كان معامل a موجب فهو منحنى مفتوح لأعلى
 نقطة رأس المنحنى هي $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

يعني أن الإحداثي السيني لرأس المنحنى هو $-\frac{b}{2a}$
 حيث والإحداثي الصادي هو قيمة الدالة عند $x = -\frac{b}{2a}$
 ... $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$ تمام كدة

② يكون للدالة قيمة صغرى
 وقت قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى



③ وللدالة محور تماثل وهو
 معادلة محور التماثل للدالة هو $x = -\frac{b}{2a}$

* ④ إذا كان معامل a سالب

المنحنى يكون مفتوحاً لأسفل
 نقطة رأس المنحنى هي أيضاً $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$
 يكون للدالة قيمة عظمى وهي أيضاً $\frac{4ac-b^2}{4a}$

و محور تماثل هو $x = -\frac{b}{2a}$

* مهم جداً أنه نقطة رأس المنحنى

الإحداثي السيني هو معادلة محور التماثل
 الإحداثي الصادي هو قيمة العظمى أو الصغرى للدالة

هذا لك
 محور التماثل تقسم
 الدالة إلى جزئين مقابلين
 تماماً

مهندسة جنى أحمد

نشوف أمثلة نفهم منها أفضل

مثال

مهندسة جنى أحمد

حل بيانيا كلا من الدوال الآتية ومنه الرسم استنتج إجابتي رئيس
المغنى ومعادلة محور التماثل والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة

① (د.س) $y = x^2 - 4x + 3$ (د.س) $y = -x^2 + 2x - 1$ (د.س) $y = x^2 - 6x + 8$

الحل

الحل

$1 = 2$
 $1 = 1$

همل الجدول المطلوب

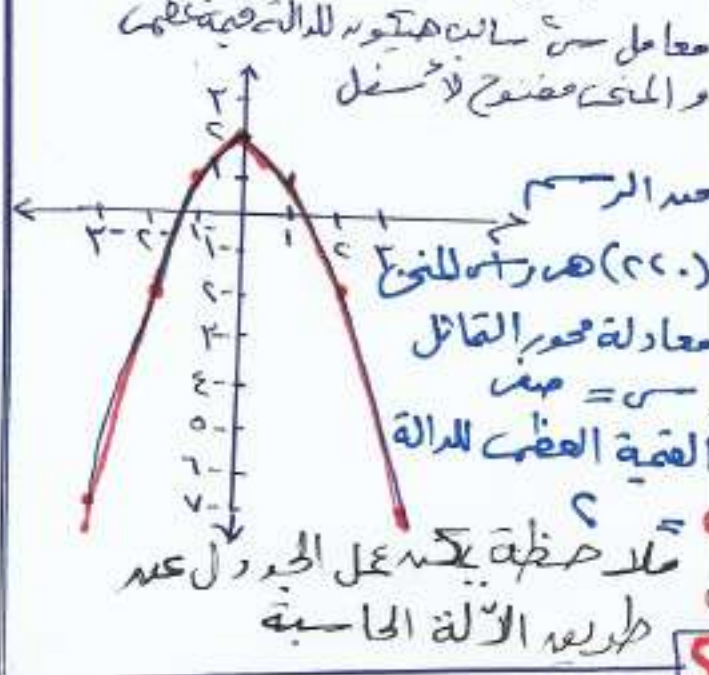
هو عايز أرسم الأول وبعد فيه أجب
بأتم المطلوب
لمس لو أنا عايز أعرف شكل الكرمه
قبل إكمال برأخي الرسم عندي
نقطة رئيس المغنى هيكونه
 $(\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
لأن $a = 1$ $b = -4$ $c = 3$
والمغنى مفتوح لأعلى لأنه $a > 0$ موجب
المحل جدول

س	٣	٢	١	صفر	١	٢	٣
د.س	٧	٣	١	٢	١	٢	٧

عند $x = 3$ $y = 0$ (د.س) $y = 0$
عند $x = 2$ $y = -1$ (د.س) $y = -1$
عند $x = 1$ $y = 0$ (د.س) $y = 0$
عند $x = 0$ $y = 3$ (د.س) $y = 3$
عند $x = -1$ $y = 8$ (د.س) $y = 8$
وهكذا هلاحظ
أنه عند $x = 1$ قيمة $y = 0$ (د.س) $y = 0$
 $x = 2$ $y = -1$ (د.س) $y = -1$
 $x = 3$ $y = 0$ (د.س) $y = 0$

الدالة بيكونه متماثلة عند محور التماثل
لمس زجب كدة رئيس المغنى قبل
الرسم $y = x^2 - 4x + 3$
 $y = x^2 - 4x + 3$

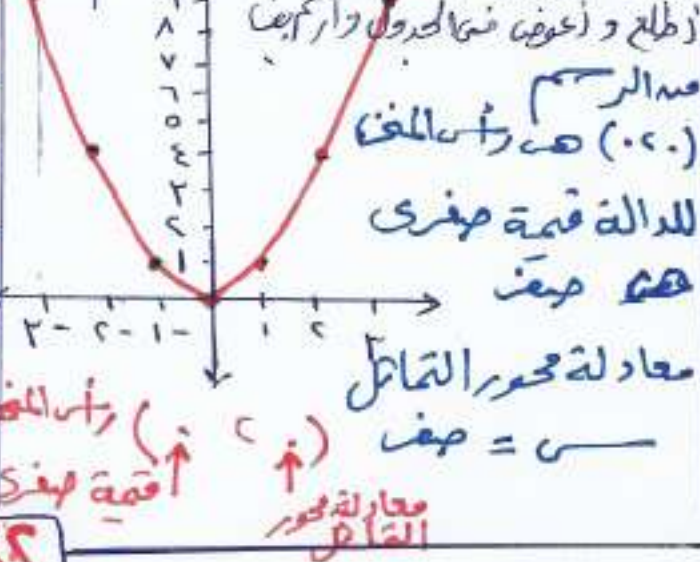
نقطة رئيس المغنى (صفر، ٣)
معامل $a = 1$ موجب
والمغنى مفتوح لأعلى



س	٣	٢	١	٠	١	٢	٣
د.س							

نعرف بالأس من الفترة $[-3, 3]$
ز شيل يفتي $y = 0$ (د.س) $y = 0$
 $x = 1$ (د.س) $y = 0$
 $x = 2$ (د.س) $y = -1$
 $x = 3$ (د.س) $y = 0$

$x = 0$ (د.س) $y = 3$
 $x = -1$ (د.س) $y = 8$
 $x = 2$ (د.س) $y = -1$
 $x = 3$ (د.س) $y = 0$



٣] د(س) = (س-٢)² فقط س=٥ [٥١١]

الحل

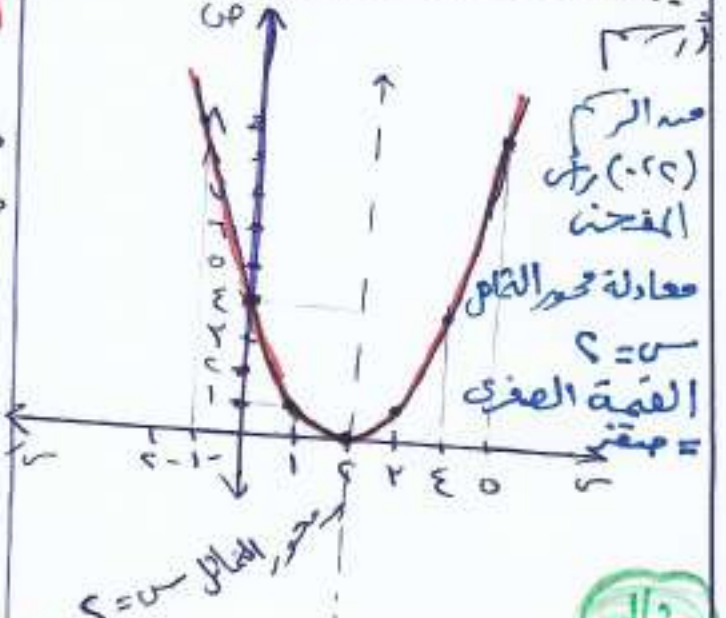
هنا الدالة لازم زسطح علنا تكونه على الصورة القياسية $م س + ب س + ج$

∴ د(س) = (س-٢)² = س² - ٤س + ٤

نعمل الجدول فممكنه من الآله على طول وهتلاقن الطريقة فالتأنيده الدرس

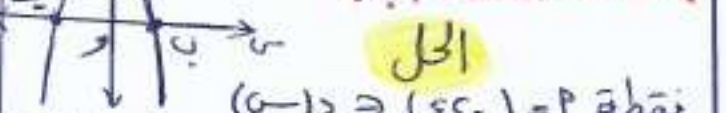
س	١	٠	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

منه هنا ممكنه اعرف نقطة رأس المنحنى قيم د(س) يعين (٠,٤) نرى القيم فممكنه يبقى هدى رأس المنحنى



مثال

الشكل يمثل منحنى الدالة د(س) = م - س² إذا كان م = ٥ وهيات (٥, ٠) وهى نقطة م (٥, ٠) وهيات ب، ج ماسة المثلث م ب ج



الحل

نقطة م = (٤, ٠) ∴ د(س) = (س-٢)²

لحوضنا بيا فالدالة ← عند س = صف د(س) = صف

٤ = م - صف ← م = ٤

من الرسم م و محور تماثل الدالة ∴ بين المفاة مهندس جنى أحمد

أصيب ب إزاي

عند نقطة ن، ج قيم د(س) = صف صف

∴ صف = ٤ - س - س ← س = ٤

∴ س = ٢ ±

∴ ن = (٠, ٤) ج = (٠, ٤)

مساحة $\Delta UP = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

ن = ٤ وحدات وكذلك م = ٤ وحدات

∴ م $\Delta UP = ٨$ وحدات مربعة

مثال

إذا كانت د(س) = س - س² - م
 وكانت م (٤, ١) هى نقطة رأس المنحنى أوجد قيمة م، ج

الحل

هو صف رأس المنحنى (٤, ١) تمام
 حيث رأسه (٤, ١) = (٤, ١) = (٤, ١)

(٤, ١) = (٤, ١)

المقط الأول = للمقط الأول

∴ م = ٤

٤ = د(٤) = ٤ - ١ - م

١ = ٤ - م

٤ = ١ - م + ١

٤ = ٢ - م ← م = ٢

أو النقطة (٤, ١) تصفقه الدالة ومنه
 ذهب ج

مثال

إذا كان المنحنى د(س) = م - س² يقطع محور السينات فى (٢, ٠) فأوجد

م، ب، ج

الحل

ليقطع محور السينات فى (٢, ٠) → يبقى صف

ب = صف

∴ د(٢) = (٢-٢)² = ٠

صف = م - (٢-٢)² = م - ٠ = م

٠ = م - ٠ ← م = ٠

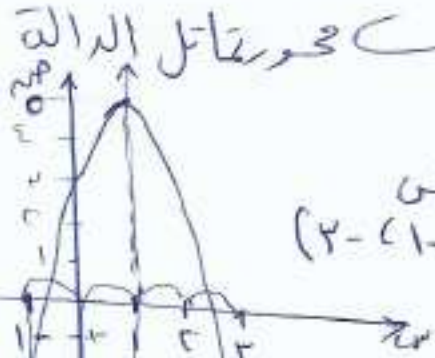
مثال

إذا كان رأس منحنى الدالة التربيعية (هو) (٥٢١) وكان أحد جذريه (١) = ٣ -
فأوجد (٢) =

مهندسة جنى أحمد

الحل

عند نقطة رأس المنحنى فإننا نأخذ رأس المحاور المتماثل للدالة
معادلة محور المتماثل للدالة عند $x = 1$
نحاول أن نكتب شكل الدالة كدالة طربيعية
دقيقه إذا عند نقطة ب (٥٢١) (٢ - (١ -) =



عرفت أن محور المتماثل $x = 1$

لأن من محور المتماثل ينقسم الدالة إلى جزئين

متماثلين ينفصل قيمة الدالة عند (٣) = قيمة الدالة عند (١) =

لأن ١ - ٢ ٣ على نفس البعد من محور المتماثل
وهو عند (١ -) = ٣ - (١ -) = (٣) = (١ -) = ٣ -

معادلة
محور المتماثل

مثال في الشكل المقابل (٥) = (٢ -) - (٤ -) - (٤ +) فأذا كان (٥) = ٢ -
أوجد قيمة (٤)

الحل

بفرض أن طول ضلع المربع L وقيمة طول

في نقطة $H = (٢ -)$ ، $B = (٤ -)$

بما أن منحنى الدالة \Rightarrow تحققه أعوض بـ L
 $L = (٤ -) - (٢ -) - (٤ +) - (٤ -)$

$L = ٤ - (٤ +) - (٢ -) - (٤ -)$

بما أن أعوض في الدالة وهيكون عند تحول واحد بس هو L

$L = (٤ -) - (٢ -) - (٤ -) - (٤ +)$

$L = (٤ -) - (٢ -) - (٤ -) - (٤ +)$ فأخذ منه هنا (٤ -)

$L = (٤ -) - (٢ -) - (٤ -) - (٤ +)$

$L = (٤ -) - (٢ -) - (٤ -) - (٤ +)$

$L = (٤ -) - (٢ -) - (٤ -) - (٤ +)$

$L = ٢$

٢٤

لأنه لو عوضت وصبت L هيكونه صفر صفر

مثال اكمل ما يأتي

① حل المعادلة المقابل (د) حيث $(-4, 0)$ فانه معادلة محور القائل هو

الحل $(2) = (0)$

عند الدالة عند نقطة $0 =$ قيمة الدالة عند نقطة $2 =$ صفر
 ∴ محور القائل في منتصف المسافة بين النقطتين

$$s = \frac{\text{صفر} + (-4)}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow \text{هنا الأضداد}$$

∴ معادلة محور القائل $s = -2$

② إذا كان $(د) = (س)$ دالة تربيعية حيث $(د) = (ع)$ و $(د) = (ل + 2) = (ل - 4)$ فانه $ل =$

الحل

نفس الفكرة بالخط $(د) = (ع)$

$$\text{معادلة محور القائل } s = \frac{1}{2} = \frac{7 + 4}{2} = 0$$

معادلة محور القائل أيضا $\frac{ل + 2 + ل - 4}{2} = 0 \rightarrow \text{لأنه } (د) = (ل + 2) = (ل - 4)$

$$\therefore 0 = \frac{ل - 2}{2} \rightarrow 0 = ل - 2 \rightarrow ل = 2$$

مثال إذا كان $(د) = (س)$ دالة تربيعية وكان $(د) = (ع)$ فخط القائل هو $s = 0$
 $(0, 7) \in$ معنى الدالة أو قاعدة الدالة $(د) = (س)$

الحل

عند محور القائل عند $s = 0 \rightarrow (0, 7) \in$ الدالة

$$7 = 0 + 7 = 1 \rightarrow 0 = 1 - 2 = -1$$

$(0, 7) \in$ الدالة ، $(0, 3) \in$ الدالة ، محور القائل $s = 0$

حاول أنت بعد تكمل الباقي

الدالة على صورة $س^2 + ب س + ج$ شوقي هتجيب قيمة $س$ و $ب$ و $ج$ ما إزاي

مهندسة جنى أحمد

الوحدة الثانية ① النسبة والتناسب

أخذنا في سنة الماضي الاثنى عشر لوكا عند عدد p ب
يجيب النسبة بينهم p ب أو $\frac{p}{b}$ تمام p و p زوجه مقدار النسبة
ب يسمي تالي النسبة

خواص النسبة

① $\frac{3}{4} \rightarrow$ يمكن ضرب عدد النسبة x أي عدد بدونه p بالنسبة تتغير
 $\frac{3}{4} = \frac{3x}{4x} = \frac{6}{8}$

$\frac{6}{8} \rightarrow$ يمكن اقسم عدد النسبة \div أي عدد
قيمة النسبة لا تتغير إذا ضرب أو قسم كلاها على أي

② $\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$ عدد حقيقي لا يؤول صفر

③ $\frac{3}{4} \rightarrow$ هل لو جمعنا أو طرحنا من عدد النسبة أي عدد النسبة
تتغير أم لا

حل $\frac{3}{4} = \frac{1-3}{1-4} = \frac{2}{3}$ $\frac{3}{4} \neq \frac{2}{3}$ \times $\frac{3}{4} = \frac{1+3}{1+4} = \frac{4}{5}$ $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{5}$ \times
قيمة النسبة تتغير إذا أضفنا إلى عدد أو طرح
منها عدد حقيقي لا يؤول صفر

التناسب

هو تزايد أو نقصان نسبي أو أكثر
مثلا عند $\frac{p}{b} = \frac{p}{s}$ وعليه p, b, s تكون كميات متناسبة

ب الثاني المتناسب
د الرابع المتناسب

م يسمي الأول المتناسب
ح الثالث المتناسب

خواص التناسب

① إذا كان $\frac{p}{b} = \frac{p}{s}$ فإنه $p \times s = s \times p$ حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسط

② إذا كان $p \times s = s \times p$ فإنه $\frac{p}{s} = \frac{p}{p}$ فأكبره مرهتين فاض

بعضه لوقولت $\frac{p}{p} = \frac{p}{p}$ تمام $\frac{p}{s} = \frac{p}{p}$ $\frac{s}{p} = \frac{p}{p}$

$p \times s = s \times p$ بهو مرهتين فاض $\frac{p}{s} = \frac{p}{p}$ $\frac{s}{p} = \frac{p}{p}$

٣) إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{D}{S}$ فإنه $\frac{P}{D} = \frac{U}{S}$ عقد النسبة الأولى تالي النسبة الأولى
عقد النسبة الثانية تالي النسبة الثانية

٤) إذا كان $\frac{P}{S} = \frac{D}{U}$ فإنه $P = D$ ، $U = S$ حيث ثابت \neq صف
 فإنه $P = D$ ، $U = S$ ، $P = D$ ، $U = S$ أو أي جزأ آخر غير

الخلاصة

$\frac{P}{U} = \frac{D}{S}$ أو $\frac{P}{D} = \frac{U}{S}$ كل دول صور مختلفة $\frac{P}{D} = \frac{U}{S}$ باستخدام
 في كل المائل

مثال (أكمل ما يأتي)

١) إذا كانت الكميات P ، D ، U ، S متناسبة فإنه $\frac{P}{D} = \frac{U}{S}$
 ٢) الربع المناسب للأعداد ٤ ، ١٢ ، ١٦ ، هو
 نصف ١ من الربع $\frac{4}{16} \times \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب المقربين
 $4 - 5 = 16 \times 12 = 5 \therefore 16 \times 12 = 5 \therefore 16 \times 12 = 5$

٣) إذا كانت P ، $1-P$ ، $1+P$ ، 5 متناسبة أو $P = 5$
 $1-P = 5 \leftarrow (1+P)(1-P) = 10 \leftarrow \frac{1+P}{5} = \frac{2}{1-P}$
 $5 \pm = 16 \pm = P \leftarrow 16 = P$

٤) قسم مبلغ ٣٠٠ بحصة بنينة ٣:٤ فإذا كان نصيب الأول ٣٠٠
 فإنه نصيب الآخر =

$50 = \frac{3 \times 300}{14} = 5 \leftarrow 3 \times 20 = 5 \leftarrow \frac{20}{3} = \frac{2}{3}$
 إذا كان $V = 3$ فإنه $\frac{2}{V} = \frac{2}{3}$
 مربع خاص $\frac{2}{V}$

مسألة ابن أعر

٥) إذا كان $P = 5$ ، $U = 5$ ، $D = 5$ ، $S = 5$ فإنه $\frac{P}{D} = \frac{U}{S}$
 $\frac{5}{5} = \frac{5}{5} \leftarrow \frac{5}{5} = \frac{5}{5}$

$$(7) \text{ إذا كان } \frac{V-P_0}{P_0+P_A} = \text{صفت فانه } \frac{V}{P} = \dots$$

$$\text{صفت} = \frac{V-P_0}{P_0+P_A} \leftarrow \text{البط} = \text{صفت} \therefore V-P_0 = \text{صفت}$$

$$\frac{0}{V} = \frac{U}{P} \therefore \frac{0}{V} = \frac{U}{P} \quad \overbrace{V=P_0}^{\text{ب}}$$

$$(8) \text{ إذا كان } \frac{P_2}{U_0} \leftarrow \frac{P}{U} = \text{فانه } \frac{P}{U} = \dots$$

$$\frac{0}{P} = \frac{P}{U} \leftarrow \overbrace{P=P_0}^{\text{ب}}$$

$$(9) \text{ إذا كان } \frac{U_0}{U_2} = \frac{U_0}{U_2} \text{ فانه } \frac{U_0}{U_2} = \dots$$

$$(10) \text{ إذا كان } \frac{P_2}{U} = \frac{P_2}{U} \text{ فانه } \frac{P_2}{U} = \dots$$

$$(11) \text{ إذا كان } \frac{V}{U} = \frac{V}{U} \text{ فانه } \frac{V}{U} = \dots$$

$$\frac{C}{V} = \frac{U_0}{U} = \frac{U_0}{U}$$

$$(12) \text{ إذا كان } \frac{P_0}{P_2} < \frac{P_0}{P_2} < \frac{P_0}{P_2} \text{ فانه } \frac{P_0}{P_2} = \dots$$

$$\frac{1}{P_0} = \frac{P}{U} \therefore \frac{1}{P_0} = \frac{P}{U} \leftarrow \overbrace{P=P_0}^{\text{ب}}$$

$$(13) \text{ إذا كان } \frac{U}{U} = \frac{U}{U} \text{ فانه } \frac{U}{U} = \dots$$

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{P} \pm = \frac{1}{P} \pm = \frac{1}{P} \therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{P} \leftarrow \frac{1}{P} = \frac{1}{P}$$

$$(14) \text{ إذا كان } \frac{U+P}{U-P} = \frac{U}{P} \text{ فانه } \frac{U}{P} = \dots$$

$$\overbrace{U_1=P}^{\text{ب}} \leftarrow U_1 - U_2 = P \leftarrow U_2 - P_2 = \overbrace{U_1+P_2}^{\text{ب}}$$

مقدمة/منازع

$$\frac{1}{1} = \frac{U}{P} \therefore$$

$$(15) \text{ إذا كان } \frac{U}{U} = \frac{U}{U} \text{ فانه } \frac{U}{U} = \dots$$

$$\text{صفت} = \frac{U}{U} = \frac{U}{U} \leftarrow \frac{U}{U} = \frac{U}{U} \leftarrow \frac{U}{U} = \frac{U}{U} \leftarrow \frac{U}{U} = \frac{U}{U}$$

مثال أثبت أنه a, b, c, d كميات متناسبة إذا كان

$$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{d}$$

الحل

علينا أن نكوّن كميات متناسبة بحيث عاين أثبت $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ مع إزاي

$$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{d} \rightarrow \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{b}{d} + \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \leftarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \therefore a, b, c, d \text{ كميات متناسبة}$$

مثال إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ أوجد قيمة النسبة $\frac{a+c}{b+d}$

الحل

مقدمة / هنا أحمر

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

وبعد أعوض

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16} = \frac{27+27}{27-27} = \frac{27 \times 2 + 27 \times 2}{27 - 27 \times 2} = \frac{54 + 54}{27 - 54} = \frac{108}{-27} = -4$$

مثال إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فأوجد قيمة $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

الحل

نفس المثال السابق بالضبط حاول تحله

مثال أوجد العدد الذي إذا أضفنا إلى إحدى النسبة $7:11$ فإننا نضع $2:3$

الحل

أهم حاجة في النوع ده أفهم السؤال ونعرف أترجمه إلى شكل نسب

$$\frac{7}{11} \rightarrow \frac{7+x}{11+x} = \frac{2}{3} \rightarrow 3(7+x) = 2(11+x) \rightarrow 21+3x = 22+2x \rightarrow x = 1$$

$$21 + 3x = 22 + 2x \rightarrow 21 + 3 = 22 + 2 \rightarrow 24 = 24$$

مثال أوجد العدد الذي إذا طرح ثلاثة أمثاله منه إحدى النسبة $\frac{2}{3}$ أصبحت $\frac{1}{2}$

الحل

نفس العدد x ثلاثة أمثاله $3x$

$$\frac{2}{3} - 3x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{3} - 3 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{3} - \frac{9}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{7}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{14}{6} = \frac{3}{6} \rightarrow -14 = 3$$

$$-14 = 3 \rightarrow -17 = 3 \rightarrow -20 = 3$$

مثال أوجد العدد الذي إذا أضيفت مربعة إلى كل من عددى النسبة ١١:٧ فإنها تصبح ٥:٤ **الحل**

نفرض أن العدد x مربعه x^2 $\therefore \frac{x}{5} = \frac{x^2+7}{x^2+11}$ كحل أنت

مثال عدداه صحيحا به النسبة بينها ٧:٢ إذا طرح من كل منها ٥ أصبحت النسبة بينها ٢:١ أوجد العددين

الحل نفرض أن العددين هما x و y $\therefore \frac{x}{y} = \frac{7}{2}$ لو طرحنا من كل واحد ٥ أصبحت النسبة ٢:١

$\therefore \frac{x-5}{y-5} = \frac{2}{1}$ مثل ههنا أتصرف كدرة هيف عذرى

محوليه $x = 2y$ $\therefore \frac{2y-5}{y-5} = \frac{2}{1}$ $\therefore 2y-5 = 2y-10$ $\therefore 5 = 0$

$\therefore \frac{1}{3} = \frac{5-22}{5-27} \leftarrow 1 = \frac{5-22}{5-27} \therefore 5-22 = 5-27 \therefore 10 = 22$

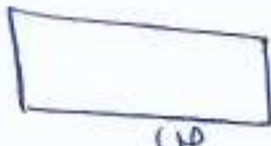
تأمر كده بقا أقدرا أضيف العددين الأول $22 = 10$

العدد الثانى $27 = 35$

مثال عدداه صحيحا به النسبة بينها ٢:٤ إذا أضيف للأول ٧ وطرح من الثانى ١٢ صارت النسبة بينها ٢:٥ أوجد العددين

الحل نفس التفكير $\frac{x}{y} = \frac{2}{4}$ كحل $\frac{5}{3} = \frac{y+7}{12-y}$

مثال متطيل النسبة بينه بعدي ٤:٧ ومحيطه ١٨٨ أوجد ما فيه

الحل  $\frac{x}{y} = \frac{4}{7}$ $188 = 2x(4y+7)$

$\therefore 2x = 4y$ $\therefore x = 2y$

$188 = 2 \times 2y(4y+7) \leftarrow 188 = 2 \times (8y^2+14y)$

$94 = 8y^2+14y$ $8y^2+14y-94=0$ $4y^2+7y-47=0$

\therefore بعد المتطيل هيا $16 = 4 \times 4$ $\therefore 16 \times 17 = 272$

٥) تابع خواص التناسب

أخذنا المرحس السابق خواص التناسب والنزلة هتكمّل باقي الخواص

- ١) إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{P}{S}$ فإنه $P \times U = S \times P$ ج
- ٢) إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{P}{S}$ فإنه $P \times U = S \times P$ ج
- ٣) إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{P}{S}$ فإنه $\frac{P}{S} = \frac{P}{U}$ أو $\frac{U}{S} = \frac{P}{P}$ أو $\frac{U}{P} = \frac{S}{P}$ ج
- ٤) إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{P}{S}$ فإنه $\frac{P}{S} = \frac{P}{U}$ ج
- ٥) إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{P}{S}$ فإنه $\frac{P}{S} = \frac{P}{U}$ ج

مثال إذا كان $\frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T}$

$$\text{فإنه } \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T} \quad \text{ج} \quad \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T}$$

$$\text{٦) إذا كان } \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T} \quad \text{فإنه } \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T} \quad \text{ج} \quad \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T}$$

حرفاهم حاجة

أخذنا خاصية أي يمكن ضرب إحدى النسبة x أي d مع
بعت يمكن ضرب أول نسبة x $\leftarrow \frac{P_{12}}{P_{23}}$ وكذلك النسبة الثانية x m

$$\text{و النسبة الثالثة } n \leftarrow \frac{P_{23}}{S_{23}} \quad \text{لو جمعت}$$

$$\text{بقصوات وتو إلى النسب الثلاثة = أخرى النسب}$$

$$\frac{P_{12} + P_{23} + P_{34}}{P_{23} + S_{23} + P_{34}} = \text{أخرى النسب}$$

تعالوا شوف أمثلة أفضل

$$\text{٣) أمحل ما يأتي ١) إذا كان } \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T} \quad \text{فإنه } \frac{P}{U} = \frac{P}{S} = \frac{P}{T} \quad \text{ج}$$

شوف كدة الج $P + P + P$ بيت جمع المقصود تمام شوف كدة التالي $P + P + P$
برهونو جمع $\therefore \frac{P + P + P}{P + P + P} = \text{أخرى النسب} = \frac{P}{P} = 1$

$$\textcircled{2} \text{ إذا كان } \frac{P}{U} = \frac{H}{S} = \frac{D}{S} = \frac{2}{5} \text{ فإنه } \frac{P}{U} = \frac{H}{S} = \frac{D}{S} = \frac{2}{5}$$

الحل

أشوف البسط برضو عل أية ضرب النسبة الثانية $x-2$ وبعد جمع المقدمات

يبقى همل أنه مقوله بضرب مدى النسبة الثانية $x-2$ وجمع المقدمات والتوالي النسب الثلاثة

$$\frac{D}{S} \leftarrow \frac{H}{S}$$

$$\frac{H}{S} = \frac{P + D - 2}{S} = \frac{2}{5}$$

$$\textcircled{3} \text{ إذا كان } \frac{V}{U} = \frac{E}{S} = \frac{P}{U} \text{ فإنه } \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{E}{S}$$

الحل

متصرفاً برأي هو عايز البسط P طيب أشوف عل أية مقام ضرب النسبة الأولى $x-1$ وجمع تمام يبقى همل مدة برضو البسط

$$\frac{V}{U} = \frac{E}{S} = \frac{P}{U} \Rightarrow \frac{V}{U} = \frac{E}{S} = \frac{P}{U}$$

هندسة متناهي

$$\textcircled{4} \frac{2}{U} + D = \frac{P}{U} = \frac{V}{U}$$

الحل

ضرب النسبة الثانية $x \frac{1}{2}$ وبعد جمع

$$\frac{2}{U} + D = \frac{P}{U} = \frac{V}{U} \Rightarrow \frac{2}{U} + D = \frac{P}{U} = \frac{V}{U}$$

$$\textcircled{5} \text{ إذا كان } \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S} \text{ فإنه } \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S}$$

الحل

$$\frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S} \Rightarrow \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S}$$

$$\textcircled{6} \text{ إذا كان } \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S} \text{ فإنه } \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S}$$

الحل

$$\frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S} \Rightarrow \frac{P}{U} = \frac{V}{U} = \frac{D}{S}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{E}{S} = \frac{E}{S} \Rightarrow \frac{E}{S} = \frac{7}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{15}$$

٣٣

$$\text{إذا كان } \frac{س}{١} = \frac{٥٥}{٢} = \frac{ع}{٢} \text{ أثبت أنه } \frac{س+٥٥+ع}{س-٢-٥٥} = \frac{٢}{٨}$$

الحل

أضرب البسط ضرب النسبة الثالثة $٢-٥٥$ وجمع خام
بضرب النسبة الثالثة $٢-٥٥$ وجمع المقدمات والتوالي للنسبة الثالثة

$$\therefore \frac{س+٥٥+ع}{٢-٥٥+١} = \frac{س+٥٥+ع}{٢-٥٥} = \frac{٢}{٨} \text{ إحدى النسب } ①$$

تمام $س$ مدة ناقص المقام جعل أية هو ضرب النسبة الثالثة $٢-٥٥$
وجمع الأولى والثالثة

بضرب النسبة الثالثة $٢-٥٥$ وجمع المقدمات والتوالي للنسبة الأولى والثالثة

$$\therefore \frac{س-٥٥}{٩-١} = \frac{س}{٨} = \text{إحدى النسب } ② \leftarrow$$

$$\text{ملاحظة } ① \text{ و } ② \leftarrow \frac{س+٥٥+ع}{٢-٥٥} = \frac{س}{٨} \quad \frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}} = \frac{\text{تالي}}{\text{تالي}}$$

$$\therefore \frac{س+٥٥+ع}{س-٥٥} = \frac{٢}{٨} \leftarrow \frac{س+٥٥+ع}{س-٥٥} = \frac{٢}{٨}$$

$$\text{إذا كان } \frac{س}{٤} = \frac{٥٥}{٢} = \frac{ع}{٥} \text{ أثبت أنه } \frac{س+٥٥+ع}{س-٥٥} = \frac{٢}{٨}$$

الحل

جمع مقدمات وتوالي النسبتين

$$\frac{س+٥٥+ع}{س+٥٥+ع} = \frac{س+٥٥+ع}{س-٥٥} = \frac{٢}{٨} \text{ إحدى النسب } ① \leftarrow$$

بضرب النسبة الثانية $١-٥٥$ وجمع المقدمات والتوالي

$$\frac{س-٥٥}{٥٥+١-٥٥} = \frac{س-٥٥}{٥٥+١} = \frac{٢}{٨} \text{ إحدى النسب } ② \leftarrow$$

ملاحظة $①$ و $②$ $\frac{س+٥٥+ع}{س-٥٥} = \frac{٢}{٨}$

$$\frac{س-٥٥}{٥٥+١-٥٥} = \frac{س-٥٥}{٥٥+١} = \frac{٢}{٨} \text{ إثبات أنه } \frac{س+٥٥+ع}{س-٥٥} = \frac{٢}{٨}$$

نوع آخر من المسائل
إذا كان a, b, c, d كميات متناسبة ثبت $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

الحل

$\therefore a, b, c, d$ كميات متناسبة

$$\therefore \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q} \leftarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$$

$$\textcircled{1} \left(\frac{a}{c} \right) = \left[\frac{(1+q)a}{(1+q)c} \right] = \left(\frac{a+b}{c+d} \right) = \text{الطرف الأيمن}$$

$$\textcircled{2} \left(\frac{a}{c} \right) = \frac{a}{c} = \frac{(2-q)a}{(2-q)c} = \frac{2a - qa}{2c - qc} = \text{الطرف الأيسر}$$

$$\frac{2a - qa}{2c - qc} = \left(\frac{a+b}{c+d} \right) \therefore \textcircled{1} \textcircled{2}$$

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{2a - qa}{2c - qc}$$

الحل

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q} \leftarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$$

$$\left| \frac{a}{c} \right| = \left| \frac{(2-q)a}{(2-q)c} \right| = \left| \frac{2a - qa}{2c - qc} \right| = \text{الطرف الأيمن}$$

$$\leftarrow \frac{a}{c} =$$

$$\textcircled{2} \leftarrow \frac{a}{c} = \frac{(a+b)}{c+d} = \frac{a+b}{c+d} = \text{الطرف الأيسر}$$

$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \leftarrow$ الطرفان متساويان

$$\textcircled{3} \frac{2a - qa}{2c - qc} = \frac{2a - qa}{2c - qc}$$

جرب أنت

الحل

$$\text{إذا كان } a, b, c, d \text{ متناسبة } \frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$$

الحل

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$$

٣) التناسب المتلئ

أخذنا قبل عدة دروس التناسب بين مجموع قولنا لو كانه عندى
 P, B, C, D في تناسب
 $\therefore \frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$ ومنها $P = A$ و $B = E$ تمام عدة

* يجب لو جبه قال P, B, C, D في تناسب همل أية

$\frac{P}{B} = \frac{C}{D}$ مثل هينفع أغل عدة فقالوا خلاص بيقت دول
 في تناسب أو تناسب متلئ نعله عدة (P, B, C, D)
 تمام وبعديه

وهنتم P بالذول المتناسب ، B بالوسط المتناسب
 بالثالث المتناسب

لوعملت طرفيه x و y $\leftarrow B = P \leftarrow \frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$
 يجب لو قولنا $\frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$
 $\therefore \frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$ تمام خالص

* يجب لو كانه عندى P, B, C, D في تناسب متلئ
 هذا الله
 فافهم
 به تناسب
 وتناسب متلئ
 له كليات

$\frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$
 $\therefore P = A, B = E, C = D$
 بدأت مع الآخر وكل عدة أزود أحسن M

الخلاصة ١) لو قال P, B, C, D في تناسب متلئ أو
 P, B, C, D في كليات متناجبة أو
 B وسط متناسب بين P, C كل ده نفس المعنى

$\frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$ $\leftarrow P = A, B = E, C = D$
 لو قال P, B, C, D في تناسب متلئ
 $\therefore \frac{P}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A}{E}$ $\leftarrow P = A, B = E, C = D$

تعالوا نشوف أمثلة

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

الحل

جرب قليلا

مسندة / هنا

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

الحل

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

أيه ده بقى لواخذت ح عامل مشترك

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

الطرف الأيسر = هذا = ح

الطرف الأيمن = هذا

$$\frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4} \leftarrow \frac{2+9}{5} = \frac{1+8}{4}$$

أوجد العدد الذي إذا طرح منه الأعداد ٢، ٧، ١٩ فإننا نكو متساوية

الحل

هذه هي الحدود ٥ ← ٢ ← ٧ ← ١٩ ← ٥

$$(5-7) = (5-19)(5-2) \leftarrow \frac{5-7}{5-19} = \frac{5-2}{5-7}$$

$$5-14+5-19 = 49-5 \leftarrow 5-14-49 = 5-14-49 = 5-14-49$$

$$1=5 \leftarrow 8=5-8$$

العدد هو ١

مثال إذا كانت ص د س وكانت ص = ٤ عندما س = ٤٢
فأوجد العلاقة بين ص، س (قيمة ص عندما س = ٦٠)

الحل

عائز العلاقة ص = م س بين المفروض أحرف قيمة م نجا م

إزاي بق هنتقل واحدة واحدة هوبيقول

ص د س أشيل علاقة التغير وأضع م =
ص = م س أعوض بالقيمة ص، س المعطى

$$١٤ = ٤٢ \times م$$

$$م = \frac{١٤}{٤٢} = \frac{١}{٣}$$

أشيل م وأضع قيمته ص = م س أضيف قيمة م
هذه العلاقة بين ص، م س $ص = \frac{١}{٣} س$ ←

المطلوب التاني سهل جدا

عند س = ٦٠ ← $ص = ٦٠ \times \frac{١}{٣} = ٢٠$

مثال إذا كانت ص تتغير طرديا مع س وكانت ص = ١٤
عندما س = ٧ فأوجد س عندما ص = ٤٠

الحل

ص تتغير طرديا مع س

ص د س

ص = م س $٢٠ = ٧ \times م$ ← $م = \frac{٢٠}{٧}$

ص = م س عندما ص = ٤٠ دي طريقة طويلة
 $٤٠ = م \times س$ ← $٤٠ = \frac{٢٠}{٧} \times س$ $١٤ = س$

هو مشي عائز العلاقة عاير **حل آخر**

ص تتغير طرديا مع س

ص د س $\frac{١٤}{٧} = \frac{ص}{س}$ زي بعهد

$$\frac{١٤}{٧} = \frac{ص}{س}$$

← $\frac{٢٠}{٤٠} = \frac{٧}{س}$ $١٤ = \frac{٧ \times ٢٠}{س}$

عندما ص = ٤٠ $١٤ = س$

١٤

مثال إذا كانت $ص = ٢$ وكانت $ص = ٦٤$ عندما $س = ٢$
أوجد العلاقة بين $ص$ و $س$ وأوجد قيمة $ص$ عندما $س = \frac{1}{٨}$

الحل

دع $س = ٢$ و $ص = ٦٤$
همل زي ما علمت مع $س$ بن هليل
برضو $ص$ وأمنع مكان $س = ٢$
وأكتب باقي الرموز زي ما هي
أعوض

أية ده $ص = ٦٤$
 $ص = ٢$

$$٢(٢) \times ٢ = ٦٤$$

$$٨ \times ٢ = ٦٤ \leftarrow ٨ = \frac{٦٤}{٢} = ٣٢$$

كدة جيت العلاقة

$$ص = ٨ = ٣٢$$

$$\frac{1}{٨} = ٣٢ \leftarrow ٣٢ = \frac{٦٤}{٨} = ٨$$

مثال إذا كانت $ص = ٢$ أوجد العلاقة بين $ص$ و $س$ حيث

$ص = ٢$ عندما $س = ٢$

الحل

منذ هنا

$ص = ٢$

$ص = ٢$ عندما $س = ٢$

$$٢(٢) \times ٢ = ٩ \leftarrow ٩ = \frac{٩}{٢} = ٤.٥$$

$$ص = ٩ = ٤.٥$$

مثال إذا كانت $ص = (١ + س)$ وكانت $ص = ٢$ عندما $س = ٢$

أوجد العلاقة بين $ص$ و $س$

الحل

طبعاً عرفنا فعل أنه $ص = (١ + س)$
كل أنت بقى

النوع الثاني من المائل

يبقى كما نرى $ص = ٢$ يبقى كده أنا هفكر
أهل إزاي كذا ما أوهل للعلاقة $ص = (١ + س)$

يبقى كده $ص = ٢$ تمام

7	3	0	5	1	5
50	38	37	8	15	50

٣٥ نوع التفسيرية هي ، من أولها قصص ٢٠ ، ب

الحل

همل آية قسم $\frac{ص}{ص}$ واشوفا ثابت فركه ولا بس عدى . $ص$
مضموم هاخذ الباقي $(12) = \frac{12}{1}$ ، $(12) = \frac{24}{2}$ ، $(12) = \frac{36}{3}$ ، $(12) = \frac{48}{4}$ ، $(12) = \frac{60}{5}$ ، $(12) = \frac{72}{6}$ ، $(12) = \frac{84}{7}$ ، $(12) = \frac{96}{8}$ ، $(12) = \frac{108}{9}$ ، $(12) = \frac{120}{10}$ ، $(12) = \frac{132}{11}$ ، $(12) = \frac{144}{12}$ ، $(12) = \frac{156}{13}$ ، $(12) = \frac{168}{14}$ ، $(12) = \frac{180}{15}$ ، $(12) = \frac{192}{16}$ ، $(12) = \frac{204}{17}$ ، $(12) = \frac{216}{18}$ ، $(12) = \frac{228}{19}$ ، $(12) = \frac{240}{20}$ ، $(12) = \frac{252}{21}$ ، $(12) = \frac{264}{22}$ ، $(12) = \frac{276}{23}$ ، $(12) = \frac{288}{24}$ ، $(12) = \frac{300}{25}$ ، $(12) = \frac{312}{26}$ ، $(12) = \frac{324}{27}$ ، $(12) = \frac{336}{28}$ ، $(12) = \frac{348}{29}$ ، $(12) = \frac{360}{30}$ ، $(12) = \frac{372}{31}$ ، $(12) = \frac{384}{32}$ ، $(12) = \frac{396}{33}$ ، $(12) = \frac{408}{34}$ ، $(12) = \frac{420}{35}$ ، $(12) = \frac{432}{36}$ ، $(12) = \frac{444}{37}$ ، $(12) = \frac{456}{38}$ ، $(12) = \frac{468}{39}$ ، $(12) = \frac{480}{40}$ ، $(12) = \frac{492}{41}$ ، $(12) = \frac{504}{42}$ ، $(12) = \frac{516}{43}$ ، $(12) = \frac{528}{44}$ ، $(12) = \frac{540}{45}$ ، $(12) = \frac{552}{46}$ ، $(12) = \frac{564}{47}$ ، $(12) = \frac{576}{48}$ ، $(12) = \frac{588}{49}$ ، $(12) = \frac{600}{50}$ ، $(12) = \frac{612}{51}$ ، $(12) = \frac{624}{52}$ ، $(12) = \frac{636}{53}$ ، $(12) = \frac{648}{54}$ ، $(12) = \frac{660}{55}$ ، $(12) = \frac{672}{56}$ ، $(12) = \frac{684}{57}$ ، $(12) = \frac{696}{58}$ ، $(12) = \frac{708}{59}$ ، $(12) = \frac{720}{60}$ ، $(12) = \frac{732}{61}$ ، $(12) = \frac{744}{62}$ ، $(12) = \frac{756}{63}$ ، $(12) = \frac{768}{64}$ ، $(12) = \frac{780}{65}$ ، $(12) = \frac{792}{66}$ ، $(12) = \frac{804}{67}$ ، $(12) = \frac{816}{68}$ ، $(12) = \frac{828}{69}$ ، $(12) = \frac{840}{70}$ ، $(12) = \frac{852}{71}$ ، $(12) = \frac{864}{72}$ ، $(12) = \frac{876}{73}$ ، $(12) = \frac{888}{74}$ ، $(12) = \frac{900}{75}$ ، $(12) = \frac{912}{76}$ ، $(12) = \frac{924}{77}$ ، $(12) = \frac{936}{78}$ ، $(12) = \frac{948}{79}$ ، $(12) = \frac{960}{80}$ ، $(12) = \frac{972}{81}$ ، $(12) = \frac{984}{82}$ ، $(12) = \frac{996}{83}$ ، $(12) = \frac{1008}{84}$ ، $(12) = \frac{1020}{85}$ ، $(12) = \frac{1032}{86}$ ، $(12) = \frac{1044}{87}$ ، $(12) = \frac{1056}{88}$ ، $(12) = \frac{1068}{89}$ ، $(12) = \frac{1080}{90}$ ، $(12) = \frac{1092}{91}$ ، $(12) = \frac{1104}{92}$ ، $(12) = \frac{1116}{93}$ ، $(12) = \frac{1128}{94}$ ، $(12) = \frac{1140}{95}$ ، $(12) = \frac{1152}{96}$ ، $(12) = \frac{1164}{97}$ ، $(12) = \frac{1176}{98}$ ، $(12) = \frac{1188}{99}$ ، $(12) = \frac{1200}{100}$ ، $(12) = \frac{1212}{101}$ ، $(12) = \frac{1224}{102}$ ، $(12) = \frac{1236}{103}$ ، $(12) = \frac{1248}{104}$ ، $(12) = \frac{1260}{105}$ ، $(12) = \frac{1272}{106}$ ، $(12) = \frac{1284}{107}$ ، $(12) = \frac{1296}{108}$ ، $(12) = \frac{1308}{109}$ ، $(12) = \frac{1320}{110}$ ، $(12) = \frac{1332}{111}$ ، $(12) = \frac{1344}{112}$ ، $(12) = \frac{1356}{113}$ ، $(12) = \frac{1368}{114}$ ، $(12) = \frac{1380}{115}$ ، $(12) = \frac{1392}{116}$ ، $(12) = \frac{1404}{117}$ ، $(12) = \frac{1416}{118}$ ، $(12) = \frac{1428}{119}$ ، $(12) = \frac{1440}{120}$ ، $(12) = \frac{1452}{121}$ ، $(12) = \frac{1464}{122}$ ، $(12) = \frac{1476}{123}$ ، $(12) = \frac{1488}{124}$ ، $(12) = \frac{1500}{125}$ ، $(12) = \frac{1512}{126}$ ، $(12) = \frac{1524}{127}$ ، $(12) = \frac{1536}{128}$ ، $(12) = \frac{1548}{129}$ ، $(12) = \frac{1560}{130}$ ، $(12) = \frac{1572}{131}$ ، $(12) = \frac{1584}{132}$ ، $(12) = \frac{1596}{133}$ ، $(12) = \frac{1608}{134}$ ، $(12) = \frac{1620}{135}$ ، $(12) = \frac{1632}{136}$ ، $(12) = \frac{1644}{137}$ ، $(12) = \frac{1656}{138}$ ، $(12) = \frac{1668}{139}$ ، $(12) = \frac{1680}{140}$ ، $(12) = \frac{1692}{141}$ ، $(12) = \frac{1704}{142}$ ، $(12) = \frac{1716}{143}$ ، $(12) = \frac{1728}{144}$ ، $(12) = \frac{1740}{145}$ ، $(12) = \frac{1752}{146}$ ، $(12) = \frac{1764}{147}$ ، $(12) = \frac{1776}{148}$ ، $(12) = \frac{1788}{149}$ ، $(12) = \frac{1800}{150}$ ، $(12) = \frac{1812}{151}$ ، $(12) = \frac{1824}{152}$ ، $(12) = \frac{1836}{153}$ ، $(12) = \frac{1848}{154}$ ، $(12) = \frac{1860}{155}$ ، $(12) = \frac{1872}{156}$ ، $(12) = \frac{1884}{157}$ ، $(12) = \frac{1896}{158}$ ، $(12) = \frac{1908}{159}$ ، $(12) = \frac{1920}{160}$ ، $(12) = \frac{1932}{161}$ ، $(12) = \frac{1944}{162}$ ، $(12) = \frac{1956}{163}$ ، $(12) = \frac{1968}{164}$ ، $(12) = \frac{1980}{165}$ ، $(12) = \frac{1992}{166}$ ، $(12) = \frac{2004}{167}$ ، $(12) = \frac{2016}{168}$ ، $(12) = \frac{2028}{169}$ ، $(12) = \frac{2040}{170}$ ، $(12) = \frac{2052}{171}$ ، $(12) = \frac{2064}{172}$ ، $(12) = \frac{2076}{173}$ ، $(12) = \frac{2088}{174}$ ، $(12) = \frac{2100}{175}$ ، $(12) = \frac{2112}{176}$ ، $(12) = \frac{2124}{177}$ ، $(12) = \frac{2136}{178}$ ، $(12) = \frac{2148}{179}$ ، $(12) = \frac{2160}{180}$ ، $(12) = \frac{2172}{181}$ ، $(12) = \frac{2184}{182}$ ، $(12) = \frac{2196}{183}$ ، $(12) = \frac{2208}{184}$ ، $(12) = \frac{2220}{185}$ ، $(12) = \frac{2232}{186}$ ، $(12) = \frac{2244}{187}$ ، $(12) = \frac{2256}{188}$ ، $(12) = \frac{2268}{189}$ ، $(12) = \frac{2280}{190}$ ، $(12) = \frac{2292}{191}$ ، $(12) = \frac{2304}{192}$ ، $(12) = \frac{2316}{193}$ ، $($

$$\textcircled{15} = \frac{V_{SC}}{7} \quad \textcircled{15} = \frac{E_A}{8}$$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \therefore \frac{1}{R} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

العلاقة
موضحة

$\mathcal{E} = P \therefore \mathcal{E} = \mathcal{E} \times \mathcal{E} = \emptyset \leftarrow \mathcal{E} = \emptyset$ عند
 $\mathcal{Y} = \emptyset \therefore \mathcal{Y} = \emptyset \leftarrow \mathcal{Y} \times \mathcal{Y} = \emptyset \leftarrow \mathcal{Y} = \emptyset$ عند

النوع الرابع من المائل

فما يشهد به أول نوع غائر العلاقة بين الهمداني وبين سيف معصية
حاملة في زياده معادلة وده غائر تركيز شوية صغيره

مثلاً: إذا كانت $p = 2$ حيث p ثابت p تعيين

طرد یا بیغیر — وکالت $u = 2$ عند $u = 0$

من عند = ٥ = ٢ أو عبد العلقه = ١ = ٥ = ٦
من عند = ٧

الحل

عشاء متلفطة هي قسم الصفحة الى جزئين
 وجزء للمعادلة $Q = P + C$ $C = P + Q$

$$\boxed{U} + P = UP$$

$$\sigma - p + p = \omega$$

$$P + P = 2$$

$$F = P \therefore$$

$$5 \rightarrow 5^0 + 3 = 40$$

عند $0 = 0$ \rightarrow $0 = 0$

$$\frac{r}{r} = r' \leftarrow \frac{d}{dt} r + r = 0$$

$$\boxed{G - \frac{S}{r} + W = 0 \therefore}$$

حرف $\sqrt{}$ =

$$V \frac{C}{P} = V \lambda \frac{C}{P} + P = 10$$

ب (2) ج

$$U - (P = U)$$

لا إله إلا أنت

جہانگیرانی گنت

عبد الخالق

روح ہذا

1

معرفه و تعریف
تیم هدف

هنا (د) العلاقة بين

جانب $\sqrt{}$ =

$$V \frac{C}{P} = V \lambda \frac{C}{P} + P = 10$$

50

مثال إذا كانت $س = ل + ٩$ وكانت $ل$ ٥٠ من فاوهر
العلاقة بين $ل$ ، $س$ علما بأنه $س = ٢٤$ عندما $ل = ٥$ ثم
اوجد قيمة $س$ عندما $ل = ١٢$

الحل

$$س = ل + ٩$$

$$ل = ٥٠$$

$$س = ٩ + ٥٠$$

$$س = ٥٩$$

$$س = ٢٤ \text{ عندما } ل = ٥$$

$$٢٤ = ٩ + ١٥ \leftarrow س = ١٥$$

$$س = ٩ + ٢٠$$

$$س = ٢٩$$

هذه هي العلاقة المطلوبة

عند $س = ١٢$ ، $ل = ٣$ حيث $س = ٣$

$$س = ١٢$$

$$س = ١٢ \leftarrow س = ٤$$

النوع الخامس المائل اللفظية

اهم ما جاء هنا لفهم السؤال كويس اوى واترجمه رياضيا

مثال تيرسيارة بسرعة ثابتة حيث تناسب المسافة المقطوعة

طريق مع الزمن فاذا اقطعت السيارة ١٥٠ كيلومتر في ٦ ساعات
فكم كيلومتر تقطعها السيارة في ١٠ ساعات؟

الحل

المسافة تناسب طرديا مع الزمن

$$س \propto ل \leftarrow س = ١٢$$

$$س = ١٥٠ \text{ عندما } ل = ٦$$

$$س = ؟ \text{ عندما } ل = ١٠$$

$$\frac{س}{ل} = \frac{١٥٠}{٦} \leftarrow \frac{س}{١٠} = \frac{١٥٠}{٦} \leftarrow س = \frac{١٥٠ \times ١٠}{٦} = ٢٥٠$$

مثال إذا كانت المسافة التي تقطعها دراجة هوائية في ١ ساعة

مربع الزمن ($ل$) وكانت $س = \frac{١١}{١٢}$ كم عندما $ل = \frac{١}{٢}$ ساعة فاوهر

الحل

المسافة تناسب طرديا مع مربع الزمن

الزمن بالي مربع الزمن

$$\frac{س}{ل^2} = \frac{١١}{١٢} \leftarrow \frac{س}{(\frac{١}{٢})^2} = \frac{١١}{١٢} \leftarrow س = \frac{١١}{١٢} \times \frac{١}{٤} = \frac{١١}{٤٨}$$

$$س = \frac{١١}{٤٨}$$

$$س = \frac{١١}{٤٨} \text{ عندما } ل = \frac{١}{٢}$$

المسافة تناسب طرديا مع مربع الزمن

التغير العكسي

أخبر درسي
في الجبر بالترفيه

أخذنا الدرس السابق التغير الطردي هناخذ بقية الزايدة
التغير العكسي بنفس أفكار الدرس السابق

التغير الطردي

$$u \propto v \rightarrow u = kv$$

$$u = 2 \rightarrow v = 1$$

$$\frac{100}{90} = \frac{100}{90}$$

$$u = \frac{v}{2}$$

التغير العكسي

$$u \propto \frac{1}{v} \rightarrow \text{لأنه عكس فعكس}$$

$$\frac{u}{1} = \frac{2}{v} \rightarrow u = \frac{2}{v}$$

$$\frac{100}{90} = \frac{100}{90}$$

$$u = 2 \rightarrow v = 1$$

دول كلام يعبروا عنه التغير العكسي دول بيهنو يعبروا عنه التغير الطردي
تعالوا نشوف المائل

النوع الأول

عطينا $u \propto \frac{1}{v}$ ومطلوب العلاقة يعني عايزين
 $\frac{u}{2} = \frac{v}{1}$ مثال إذا كانت $u = 2$ وكانت $v = 1$ عندنا $u = 2$
أو عند العلاقة $u = 2$ قيمة v عندنا $v = 1$

الحل

واحدة واحدة

$$u \propto \frac{1}{v} \rightarrow u = \frac{k}{v}$$

$$u = \frac{2}{v} \rightarrow \text{أعوض}$$

$$2 = \frac{2}{v} \rightarrow v = 1$$

$$3 = \frac{2}{v} \rightarrow v = \frac{2}{3}$$

$$u = 2 \rightarrow v = 1$$

$$\frac{u}{2} = \frac{v}{1}$$

$$u = 2 \rightarrow v = 1$$

$$u = \frac{2}{v} \rightarrow v = \frac{2}{u}$$

بجاءه الله وحجده
اللهم صل وسلم على سيدنا محمد

مثال إذا كانت صمد العكس من الضرب للمقدار $\frac{1}{x}$ فأوجد العلاقة بين x و 1 إذا علم أنه $x=4$ عندما $y=2$ ثم أوجد قيمة x عندما $y=9$ **الحل**

أخذنا إلى هو يقول من تنغير مع العكس من الضرب $\left(\frac{1}{x}\right)$ معكس الضرب من تنغير مع x
 $\therefore x=2 \rightarrow y=4$ عند $x=4 \rightarrow y=2$
 عند $x=4 \rightarrow y=2$
 $4 = 2(2) \rightarrow \frac{4}{2} = 2$
 $\therefore x = \frac{4}{y} = \frac{4}{9} \rightarrow$ عند $y=9 \rightarrow x = \frac{4}{9}$
 $27 = (9) \times \frac{4}{9} = x \rightarrow$ عند $y=9 \rightarrow x=27$

مثال إذا كانت صمد $\frac{1}{x}$ وكانت $x=8$ عندما $y=2$ أوجد x عندما $y=10$ **الحل** **مسندة ابن أحمدر**

$$x = \frac{2}{y} \rightarrow \text{عند } x=8, y=2 \therefore \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$2 = 2 \times 1 = \frac{2}{1} \therefore x = \frac{2}{y} \text{ أو } x=6$$

كدة جيت العلاقة وه $\frac{2}{y}$ مطلوبه

$$x = \frac{2}{y} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{y}$$

$$\therefore x=2 \rightarrow y=1 \rightarrow x=10 \rightarrow y=2$$

$$\frac{(2)}{(10)} = \frac{2}{10} \rightarrow \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \rightarrow 10 = \frac{2 \times 9}{(1,5)}$$

$$\therefore x=10 \rightarrow y=2 \rightarrow x=12 \rightarrow y=1$$

مثال إذا كانت من تنغير عكيا مع $\frac{1}{x}$ ما $x=2$ عندما $y=17$ أوجد x عندما $y=20$ **الحل**

$$x = \frac{1}{y} \rightarrow \frac{x}{20} = \frac{1}{20} \rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

الحل

النوع الثاني

عائز شيت $ص = \frac{1}{ص}$ وردى هتكون غالباً معطى مقدار ثلاثى مربع
عائز هتخلله

مثال إذا كانت $ص = 6 - ص + 9 = ص$ أثبت أن

ص تتغير عكسيا مع

الحل

$$ص = 6 - ص + 9 = ص \leftarrow ص = (3 - ص) = ص \text{ فأكبر}$$

التحليل

$$ص = 3 - ص \leftarrow ص = 3 \leftarrow ص = 3$$

مثال إذا كانت $ص = 6 - ص + 9 = ص$ أثبت أن تتغير عكسيا مع

الحل

$$ص = 6 - ص + 9 = ص \text{ كده تمام اقدر أصل}$$

(هذه الأول إشارة النقص هذا الأخير)

$$ص = 3 - ص = ص \leftarrow ص = 3 \leftarrow ص = 3 \leftarrow \boxed{\frac{3}{ص} = 3}$$

ص تتغير عكسيا مع

مثال إذا كان $(\frac{1}{ص} - \frac{1}{ص})$ م ثابت

أثبت أنه ص تتغير عكسيا مع

الحل

منه صا هذا

مشتغل واحدة واحدة مع المعطى

$$ص = 3$$

$$\left(\frac{1}{ص} - \frac{1}{ص} \right) م = (ص - ص) \leftarrow$$

$$ص = \frac{1}{ص} - \frac{1}{ص} = (ص - ص) \leftarrow \frac{ص - ص}{ص} = (ص - ص)$$

$$ص = \frac{ص - ص}{ص} = (ص - ص) \leftarrow ص = 3$$

ص م ثابت، م ثابت، $\frac{1}{ص}$ ثابت

$$\frac{1}{ص} = 3$$

ص = ثابت \leftarrow ص تتغير عكسيا مع

النوع الثالث (الجدول)

في التغير الطردى كنت بشوف هل $\frac{ص}{م}$ ثابت ولا اية
هناك شوف هل $\frac{ص}{م}$ ثابت أم لا طبعاً لو طلع ما فيه غير كدة
مثال من بيانات الجدول المقابل بيقت لا يتغير طردى ولا عكس

س: نوع التغيرية $\frac{ص}{م}$ ، من اوجد ثابت التناسب

7	6	4	3
12	8	6	4

أوجد قيمة $\frac{ص}{م}$ عندما $ص = 2$

الحل

أجرب الأول كدة أقسم $\frac{ص}{م}$ بكمية تكون طردى
 $\frac{12}{7} = \frac{8}{6} = \frac{6}{4} = \frac{4}{3}$ كدة متساوية
أجرب $\frac{ص}{م}$ من $\frac{ص}{م}$

$$12 = 7 \times 2 \quad 8 = 6 \times 2 \quad 6 = 4 \times 2$$

$\therefore \frac{ص}{م} = \text{ثابت} = 2 \therefore$ تغير عكس

$\frac{ص}{م} \propto \frac{1}{م} \leftarrow \frac{ص}{م} = 2$ بالتعويض بأي قيمة $ص$ من أمثلة الثابت

عند $ص = 2$ ، $6 = 3 \times 2$ أو عكس أول 2 هو الثابت الفرق 12
 $\frac{12}{6} = 2 \leftarrow \frac{ص}{م} = 2$
معدلة / مثال

عند $ص = 3$ ، $4 = 3 \times 2$ ، $6 = 3 \times 2$ ، $8 = 4 \times 2$ ، $12 = 6 \times 2$

النوع الرابع

هتكون في معادلة زيادة عند النوع الأول وعكس العلاقة
مثال إذا كانت $ص + م = 12$ وكانت $م$ تتغير عكسياً مع $ص$
وكانت $م = 5$ عند $ص = 7$ أوجد العلاقة بين $ص$ و $م$

الحل قسم زى الدرس الـ 1 بـ معادلة

$$ص + م = 12$$

$$\frac{ص}{م} + 2 = 12$$

$$\frac{ص}{م} + 2 = 12$$

التغير

$$م \propto \frac{1}{ص}$$

$$\frac{م}{ص} = 2$$

$$\text{عند } م = 5 \quad 5 = 2 \times 2.5 \quad 1 = 2 \times 0.5$$

50

مثال إذا كانت $ص = ٩ - ٢$ وكانت $ص$ حرج وكانت $١٨ = ٢$ عندما $ص = \frac{٢}{٣}$ أو $ص$ العلاقة بين $ص$ ، $ص$

الحل

$$٩ - ٢ = ص$$

$$ص = \frac{١}{٣}$$

$$٩ - ٢ = \frac{٢}{٣}$$

$$ص = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{٢}{٣} = ص \quad \text{عند } ١٨ = ٢$$

عائز ٣ على أنه أعرف أصبح
العلاقة طيب أنا حتى $ص = \frac{٢}{٣}$
نفسه صارل أهل العلاقة
الاول بين $ص = \frac{٢}{٣}$
هليل $ص$ وأضع $\frac{١}{٣}$

$$٩ = ٩ - ١٨ = \frac{٢}{٣}$$

$$٤ = \left(\frac{٢}{٣}\right) \times ٩ = ٢$$

انظر

مقدمة / هنا آخر

$$\therefore ص = \frac{٤}{٣}$$

النوع الخامس

المائل اللفظية أهم حاجة فهم السؤال وترجمة رياضيا مع

مثال إذا كان عدد الساعات ($ص$) لا يجازع ما يتناسب عكسيا
مع عدد العمال ($ص$) الذين يقومون بهذا العمل فإذا اجتمع ٦
عمال فانه ساعات فما الزمده الذي ينفرقه ٨ عمال لا يجازع هذا العمل

الحل

$$\text{إذا اجتمع ٦ عمال العلاقة ٤ ساعات}$$

$$٤ = ص$$

$$\text{عند } ٦ = ص$$

$$ص = \frac{١}{٣}$$

$$ص = \frac{٢}{٣} \leftarrow \text{بالعكس}$$

ده لو كانت العلاقة مقلوبة

$$\boxed{\frac{٢٤}{ص} = ص}$$

$$\frac{٢}{٣} = ٤ \leftarrow \frac{٢}{٣} = ٤$$

$$٨ = ص$$

عند

$$ص$$

طيب هو عائز

$$٨ = ص \leftarrow \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣} \leftarrow \frac{٤}{٣} = \frac{١٨}{ص}$$

$$\frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣} \leftarrow \frac{٤}{٣} = \frac{١٨}{ص}$$

$$\frac{١٨}{ص} = \frac{٤}{٣}$$

عند

$$ص = \frac{١٨}{٤}$$

مثال إذا كان مقدار السرعة التي تخرج بها المادة من فتحة طرفية يتغير عكسيا مع مربع

طول نصف قطر فتحة الخزانة فلو كانت $ص = ٥١٢$ عند ما بقده ٢٣ سم

$$٢٣ = ص \quad \text{عند بقده } ٩١٥$$

٥١

حل حل

$$ص = \frac{١}{٣}$$

(تغير حردي وعكسي)

مثال اكمل

١ اذا كانت $v = \frac{3}{s}$ — s فانه v من s —
 كانت v من s وانفع مكانا = ثابت هنا العكس هيل = ثابت وانفع مكانا

٢ اذا كان $v = 0$ فانه v من s —

$s = v = \frac{0}{s} \leftarrow s = \frac{0}{s} \leftarrow s = \frac{1}{s}$ اول طول ثابت

٣ اذا كانت v من s فانه v من s —

٤ اذا كانت v من s فانه v من s —
 فانه ثابت التناسب يادى

من s — v عاين ثابت التناسب (م)

الكتب العليقة وانفع عند $v = 3.7$ ، $v = \frac{0}{s}$

$v = \frac{0}{s} \leftarrow \frac{0}{s} = \frac{0}{s} \leftarrow \frac{0}{s} = \frac{0}{s} \leftarrow \frac{0}{s} = \frac{0}{s}$

اختبر

١ اذا كانت $v = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$ — s فانه v من s —

$v = \frac{1}{s} + \frac{1}{s} \leftarrow v = \frac{1}{s} + \frac{1}{s} \leftarrow v = \frac{1}{s} + \frac{1}{s} \leftarrow v = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$

٢ اذا كانت $v = 2 - s - 7$ فانه v من s —

$v = 2 - s - 7 \leftarrow v = 2 - s - 7 \leftarrow v = 2 - s - 7 \leftarrow v = 2 - s - 7$

٣ اذا كانت $v = 4 + s + 4$ — s فانه v من s —

$v = 4 + s + 4 \leftarrow v = 4 + s + 4 \leftarrow v = 4 + s + 4 \leftarrow v = 4 + s + 4$

٤ اي من الاتي يثل علاقة طردية بين v و s

$v = \frac{0}{s} \leftarrow v = \frac{0}{s} \leftarrow v = \frac{0}{s} \leftarrow v = \frac{0}{s}$ ٥٢